UNIVERSITÉ DE CAEN BASSE - NORMANDIE

IREM DE BASSE-NORMANDIE

CAMPUS II – SCIENCES 3 – B. P. 5 186
Boulevard Maréchal Juin, 14032 – CAEN Cédex
Tél. : 02 - 31 - 56 - 74 - 02 – Fax. : 02 - 31 - 56 - 74 - 90
Adresse électronique : irem@math.unicaen.fr
Site Internet : http ://www.math.unicaen.fr/irem/

Histoire des Mathématiques par leur Littérature

Une histoire des probabilités et des statistiques

Stage du PAF (10A0050080 – 18412) – 1ère Session – Vendredi 25 mars 2011

Fascicule 2 : Recueil des textes sur les probabilités

Portrait de Pierre-Simon (de) Laplace

Document conçu par le Cercle de Lecture en Histoire des Sciences

Pré-Publication de l'IREM de B.-N. Mars 2011

SOMMAIRE

n° de page :

* * * * *

SOURCES UTILISÉES

1. – Blaise PASCAL (Clermont-Ferrand, 1623 – Paris, 1662) : *Chapitre III. Moyens d'arriver à la foi : raison, coutume, inspiration*, textes sur "le pari", extraits des *Pensées*, 1654-1662, 1ère éd. posthume : 1670.

Éditions consultées :

—. *Pensées de M. Pascal sur la Religion, Et sur quelques autres Sujets. Nouvelle édition, Augmentée de plusieurs Pensées, de sa Vie & de quelques Discours*; En particulier : *Discours où l'on fait voir qu'il y a des Démonstrations d'une autre espece, et aussi certaines que celles de la Géométrie*. Paris, 1761. En particulier : *Chapitre VII. Qu'il est plus avantageux de croire que de ne pas croire ce qu'enseigne la Religion Chrétienne*, pp. 47-53.

—. *Œuvres complètes*. Préface d'Henri Gouhier ; présentation et notes de Louis Lafuma, coll. "*L'Intégrale*". Paris, Seuil, 1963. En particulier : Série II, n° 418, pp. 550-551.

—. *Œuvres complètes*. Éd. de J. Chevalier, coll. "*La Pléiade*". Paris, NRF-Gallimard, 1954. En particulier : 3. *Infini-Rien : Le Pari*, n° 451, pp. 1212-1216.

—. *Œuvres complètes*. Éd. de M. Le Guern, coll. "*La Pléiade*", en 2 vol. Paris, NRF-Gallimard, 1998-2000. En particulier : *Infini-Rien*, vol. II, Série II, n° 397, pp. 676-681.

2. Blaise PASCAL (*id.*) : "III. Usage du Triangle arithmétique pour déterminer les Partis qu'on doit faire entre deux Joueurs qui jouent en plusieurs Parties", *in* : *Traité du Triangle arithmétique* (1654), 1ère éd. posthume, *Traité du Triangle arithmétique, avec quelques autres petits Traités sur la même matière*, Paris, Desprez, 1665.

Éditions consultées :

—. *Œuvres complètes* (Lafuma éd. sc., *op. cit.*). En particulier : *La Règle des Partis*, pp. 43-49 ; ; "III. Usage du Triangle arithmétique pour déterminer les Partis qu'on doit faire entre deux Joueurs qui jouent en plusieurs Parties", *in* : *Traité du Triangle arithmétique et Traités connexes*, pp. 50-100, dont le chapitre III., pp. 57-62.

—. *Œuvres complètes* (Chevalier éd. sc., *op. cit.*). En particulier : *La Règle des Partis* (*Lettres de Pascal à Fermat*, en date du 29-07, du 24-08 et du 27-10-1654, pp. 75-90 ; "III. Usage du Triangle arithmétique pour déterminer les Partis qu'on doit faire entre deux Joueurs qui jouent en plusieurs Parties", *in* : *Traité du Triangle arithmétique et Traités connexes*, pp. 91-171, dont le chapitre III., pp. 115-126.

—. *Œuvres complètes*. Éd. de J. Mesnard, 4 vol. parus (sur 7). Paris, Desclée de Brouwer, 1964-1992. En particulier : *Correspondance de Pascal et Cacrcavy avec Fermat (vers juin – 27 octobre 1654)*, vol. II (1970), pp. 1132-1158 ; *XXIX. Traité du Triangle arithmétique et Traités connexes (1654)*, pp. 1166-1332, dont l'*Usage du Triangle…*, pp. 1308-1320.

—. *Œuvres complètes* (Le Guern éd. sc., *op. cit.*). En particulier : *Correspondance avec Fermat sur la règle des partis*, vol. I, pp. 143-166 ; "III. Usage du Triangle arithmétique pour déterminer les Partis qu'on doit faire entre deux Joueurs qui jouent en plusieurs Parties", *in* : *Le Triangle arithmétique*, pp. 167-328, dont l'*Usage du Triangle…*, pp. 304-319.

3. – Bernard Le Bouyer de FONTENELLE (Rouen, 1657 – Paris, 1757) : Article de *Géométrie* sur le Jeu de Franc-Carreau, *in* : *Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Année M. DCCXXXIII (1733), Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même année, Tirés des Registres de cette Académie*, pp. 43-45 de l'*Histoire…* Paris : de l'Imprimerie Royale, M. DCCXXXV (1735).

4. – Georges-Louis LECLERC, Comte de BUFFON (Montbard, 1707 – Paris, 1788) : Extrait de l'*Histoire naturelle, générale et particulière. Servant de suite à l'Histoire Naturelle de l'Homme* (1777). Supplément, Tome Quatrième. XXIII, pp. 95-105.

Édition consultée :

—. *Œuvres complètes de Buffon, mises en ordre et précédées d'une Notice Historique par M. A. Richard, Professeur agrégé à la Faculté de Médecine de Paris ; suivies de deux volumes sur les Progrès des Sciences physiques et naturelles depuis la mort de Buffon, par M. le Baron de Cuvier, Secrétaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences. Tome XIII. À Paris, chez Baudouin Frères, Éditeurs, rue de Vaugirard, n° 17, et chez N. Delangle, Éditeur, rue du Battoir, n° 19. M. DCCC. XXVII* (1827). Extrait de l'*Essai d'Arithmétique morale*, § XXIII, pp. 54-64. Adaptation par J.-P. Le Goff.

5. – Pierre-Simon de LAPLACE (Marquis, Beaumont-en-Auge, 1749 – Paris, 1827) : *Essai philosophique sur les Probabilités*, 1ère éd., *in* : Cours de l'École Normale de l'An II, 1795, 2de éd., Paris : Courcier, 1814, 190 p. Ouvrage indépendant, qui parut comme une *Introduction* dès la 3ème éd. de la : *Théorie analytique des*

Probabilités, par M. le Comte Laplace. 1ère éd., Paris : Veuve Courcier, 1812. 2de éd., Paris : Veuve Courcier, 1820.

Éditions consultées :

—. *Essai …* Paris : Veuve Courcier, 1814, pp. 12-30.

—. *Œuvres complètes de Laplace*, Tome VIIème, *Théorie…* Paris : Impr. royale, 1847, pp. XII-XXIII.

6. – Henri POINCARÉ (Nancy, 1854 – Paris, 1912) *& alii* : Textes divers se rapportant à l' « *Affaire Dreyfus* », *in* : *Examen critique des divers Systèmes ou Études graphologiques auxquels a donné lieu le Bordereau* (Rapport de MM. [Jean Gaston] Darboux [1842-1917], [Paul-Émile]Appell [1855-1930] et [Henri] Poincaré).

7. – Ernest COUMET : "La Théorie du Hasard est-elle née par Hasard ?", *in* : *Annales. Economies, Sociétés, Civilisations*, 25e année – n°3, mai-juin 1970, Paris : Armand Colin, 1970, pp. 574-597.

*

*   *

Blaise PASCAL (Clermont-Ferrand, 1623 – Paris,1662) :

Infini. Rien, le « pari de Pascal ».

Extraits des *Pensées*, (*ms.*, *ca.* 1654-1662, 1ère éd. posthume 1670).

Texte établi à partir de l'édition de Michel Le Guern. Les passages entre crochets sont les notes marginales de Pascal, insérées après le passage auquel elles se rapportent.

Infini. Rien.

Notre âme est jetée dans le corps où elle trouve nombre, temps, dimension. Elle raisonne là-dessus et appelle cela nature, nécessité, et ne peut croire autre chose.

L'unité jointe à l'infini ne l'augmente de rien, non plus qu'un pied à une mesure infinie. Le fini s'anéantit en présence de l'infini, et devient un pur néant*.

[* Ainsi notre esprit devant Dieu ; ainsi notre justice devant la justice divine.

Il n'y a pas si grande disproportion entre notre justice et celle de Dieu qu'entre l'unité et l'infini.

Il faut que la justice de Dieu soit énorme comme sa miséricorde : or, la justice envers les réprouvés est moins énorme et doit moins choquer que la miséricorde envers les élus.]

Nous connaissons qu'il y a un infini et ignorons sa nature, comme nous savons qu'il est faux que les nombres soient finis ; donc il est vrai qu'il y a un infini en nombre, mais nous ne savons ce qu'il est. Il est faux qu'il soit pair, il est faux qu'il soit impair ; car en ajoutant l'unité, il ne change point de nature : cependant c'est un nombre, et tout nombre est pair ou impair ; il est vrai que cela s'entend de tout nombre fini**.

[** Ainsi on peut bien connaître qu'il y un Dieu sans savoir ce qu'il est.]

Nous connaissons donc l'existence et la nature du fini, parce que nous sommes finis et étendus comme lui.

Nous connaissons l'existence de l'infini et ignorons sa nature, parce qu'il a étendue comme nous, mais non pas des bornes comme nous.

Mais nous ne connaissons ni l'existence ni la nature de Dieu, parce qu'il n'a ni étendue ni bornes*.

[* N'y a-t-il point une vérité substantielle, voyant tant de choses vraies qui ne sont point la vérité même ?]

Mais par la foi nous connaissons son existence ; par la gloire nous connaîtrons sa nature.

Or, j'ai déjà montré qu'on peut bien connaître l'existence d'une chose sans connaître sa nature.

Parlons maintenant selon les lumières naturelles.

S'il y a un Dieu, il est infiniment incompréhensible, puisque, n'ayant ni parties ni bornes, il n'a nul rapport à nous. Nous sommes donc incapables de connaître ni ce qu'il est, ni s'il est. Cela étant, qui osera entreprendre de résoudre cette question ? Ce n'est pas nous, qui n'avons aucun rapport à lui.

Qui blâmera donc les chrétiens de ne pouvoir rendre raison de leur créance, eux qui professent une religion dont ils ne peuvent rendre raison ? Ils déclarent, en l'exposant au monde, que c'est une sottise, *stultitiam***, et puis vous vous plaignez de ce qu'ils ne la prouvent pas ! S'ils la prouvaient, ils ne tiendraient pas parole : c'est en manquant de preuve qu'ils ne manquent pas de sens. Oui ; mais encore que cela excuse ceux qui l'offrent telle, et que cela les ôte du blâme de la produire sans raison, cela n'excuse pas ceux qui la reçoivent. — Examinons donc ce point, et disons : Dieu est, ou il n'est pas. Mais de quel côté pencherons-nous ? La raison n'y peut rien déterminer. Il y a un chaos infini qui nous sépare. Il se joue un jeu à l'extrémité de cette distance infinie où il arrivera croix ou pile. Que gagerez-vous ? Par raison, vous ne pouvez faire ni l'un ni l'autre ; par raison, vous ne pouvez défendre nul des deux.

[** La seule science qui est contre le sens commun et la nature des hommes est la seule qui ait toujours subsisté parmi les hommes.]

Ne blâmez donc pas de fausseté ceux qui ont pris un choix ; car vous n'en savez rien.

— Non : mais je les blâmerai d'avoir fait, non ce choix, mais un choix ; car encore que celui qui prend croix et l'autre soient en pareille faute, ils sont tous deux en faute : le juste est de ne point parier.

— Oui, mais il faut parier : cela n'est pas volontaire ; vous êtes embarqué. Lequel prendrez-vous donc ? Voyons. Puisqu'il faut choisir, voyons ce qui vous intéresse le moins : vous avez deux choses à perdre, le vrai et le bien ; et deux autres choses à engager, votre raison et votre volonté, votre connaissance et votre béatitude ; et votre nature a deux choses à fuir, l'erreur et la misère. Votre raison n'est pas plus blessée, puisqu'il faut nécessairement choisir, en choisissant l'un que l'autre. Voilà un point vidé ; mais votre béatitude ? Pesons le gain et la perte, en prenant croix que Dieu est. Estimons ces deux cas : si vous gagnez, vous gagnez tout ; si vous perdez, vous ne perdez rien. Gagez donc qu'il est sans hésiter*. Cela est admirable.

[* On a bien de l'obligeance à ceux qui avertissent des défauts, car ils mortifient, ils apprennent qu'on a été méprisé, ils n'empêchent pas qu'on ne le soit à l'avenir, car on a bien d'autres défauts pour l'être. Ils préparent l'exercice de la correction, et l'exemption d'un défaut.]

— Oui, il faut gager ; mais je gage peut-être trop.

— Voyons. Puisqu'il y a pareil hasard de gain et de perte, si vous n'aviez qu'à gagner deux vies pour une, vous pourriez encore gager. Mais s'il y en avait trois à gagner, il faudrait jouer (puisque vous êtes dans la nécessité de jouer) et vous seriez imprudent, lorsque vous êtes forcé à jouer, de ne pas hasarder votre vie pour en gagner trois à un jeu où il y a pareil hasard de perte et de gain. Mais il y une éternité de vie et de bonheur. Et cela étant, quand il y aurait une infinité de hasards dont un seul serait pour vous, vous auriez encore raison de gager un pour avoir deux, et vous agiriez de mauvais sens, étant obligé à jouer, de refuser de jouer une vie contre trois à un jeu où d'une infinité de hasards il y en a un pour vous, s'il y avait une infinité infiniment heureuse à gagner. Mais il a ici une infinité de vie infiniment heureuse à gagner, un hasard de gain contre un nombre fini de hasards de perte, et ce que vous jouez est fini. Cela est tout parti : partout où est l'infini et où il n'y a pas infinité de hasards de perte contre celui de gain, il n'y a point à balancer, il faut tout donner. Et ainsi, quand on est forcé à jouer, il faut renoncer à la raison, pour garder, pour garder la vie plutôt que de la hasarder pour le gain infini aussi prêt à arriver que la perte du néant.

Car il ne sert de rien de dire qu'il est incertain si on gagnera, et qu'il est certain qu'on hasarde ; et que l'infinie distance qui est entre la *certitude* de ce qu'on s'expose et l'*incertitude* de ce qu'on gagnera égale le bien fini qu'on expose certainement, à l'infini qui est incertain. Cela n'est pas ainsi : tout joueur hasarde avec certitude pour gagner avec incertitude ; et néanmoins il hasarde certainement le fini pour gagner incertainement le fini, sans pécher contre la raison. Il n'y a pas infinité de distance entre cette certitude de ce qu'on s'expose et l'incertitude du gain ; cela est faux. Il y a, à la vérité, infinité entre la certitude de gagner et la certitude de perdre. Mais l'incertitude de gagner est proportionnée à la certitude de ce qu'on hasarde, selon la proportion des hasards de gain et de perte ; et de là vient que s'il y a autant de hasards d'un côté que de l'autre, le parti est à jouer égal contre égal ; et alors la certitude de ce qu'on s'expose est égale à l'incertitude du gain ; tant s'en faut qu'elle en soit infiniment distante. Et ainsi notre proposition est dans une force infinie, quand il y a le fini à hasarder à un jeu où il y a pareils hasards de gain que de perte, et l'infini à gagner.

Cela est démonstratif ; et si les hommes sont capables de quelques vérités, celle-là l'est.

— Je le confesse, je l'avoue. Mais encore n'y a-t-il point moyen de voir le dessous du jeu ?

— Oui, l'Ecriture, le reste, etc.

— Oui, mais j'ai les mains liées et la bouche muette ; on me force à parier, et je ne suis pas en liberté ; on ne me relâche pas, et je suis fait d'une telle sorte que je ne puis croire. Que voulez-vous que je fasse ?

— Il est vrai. Mais apprenez au moins votre impuissance à croire, puisque la raison vous y porte et que néanmoins vous ne le pouvez ; travaillez donc non pas à vous convaincre par l'augmentation des preuves de Dieu, mais par la diminution de vos passions*.

[* C'est le cœur qui sent Dieu et non la raison. Voilà ce que c'est que la foi. Dieu sensible au cœur, non à la raison.

Le cœur a ses raisons que la raison ne connaît point ; on le sait en mille choses.

Je dis que le cœur aime l'être universel naturellement et soi-même naturellement selon qu'il s'y adonne, et il se durcit contre l'un ou l'autre à son choix. Vous avez rejeté l'un et conservé l'autre ; est-ce par raison que vous vous aimez ?]

Vous voulez aller à la foi, et vous n'en savez pas le chemin ; vous voulez vous guérir de l'infidélité, et vous en demandez les remèdes : apprenez de ceux, etc.** qui ont été liés comme vous, et qui parient maintenant tout leur bien.

[** La coutume est notre nature. Qui s'accoutume à la foi la croit et ne peut plus ne pas craindre l'enfer. Et ne croit autre chose.

Qui s'accoutume à croire que le roi est terrible, etc.

Qui doute donc que notre âme étant accoutumée à voir nombre, espace, mouvement, croie cela et rien que cela ?

Croyez-vous qu'il soit impossible que Dieu soit infini, sans parties ?

— Oui.

— Je vous veux donc faire voire une chose infinie et indivisible : c'est un point se mouvant partout d'une vitesse infinie.

Car il est un en tous lieux, et tout entier en chaque endroit.

Que cet effet de nature, qui vous semblait impossible auparavant, vous fasse connaître qu'il peut y en avoir d'autres que vous ne connaissez pas encore. Ne tirez pas cette conséquence de votre apprentissage, qu'il ne vous reste rien à savoir, mais qu'il vous reste infiniment à savoir.

Il est faux que nous soyons dignes que les autres nous aiment. Il est injuste que nous le voulions. Si nous naissions raisonnables et indifférents, et connaissant nous et les autres, nous ne donnerions point cette inclination à notre volonté. Nous naissons pourtant avec elle, nous naissons donc injustes.

Car tout tend à soi : cela est contre tout ordre.

Il faut tendre au général, et la pente vers soi est le commencement de tout désordre, en guerre, en police, en économie, dans le corps particulier de l'homme.

La volonté est donc dépravée. Si les membres des communautés naturelles et civiles tendent au bien du corps, les communautés elles-mêmes doivent tendre à un autre corps plus général dont elles sont membres. L'on doit donc tendre au général. Nous naissons donc injustes et dépravés.

Nulle religion que la nôtre n'a enseigné que l'homme naît en péché, nulle secte de philosophie ne l'a dit, nulle n'a donc dit vrai.

Nulle secte ni religion n'a toujours été sur la terre que la religion chrétienne.

Il n'y a donc que la religion chrétienne qui rende l'homme *aimable* et *heureux* tout ensemble ; dans l'honnêteté, one ne peut être aimable et heureux ensemble.]

Ce sont gens qui savent ce chemin que vous voudriez suivre, et guéris d'un mal dont vous voulez guérir. Suivez la manière par où ils ont commencé ; c'est en faisant tout comme s'ils croyaient, en prenant de l'eau bénite, en faisant dire des messes, etc. Naturellement même cela vous fera croire et vous abêtira.

— Mais c'est ce que je crains.

— Et pourquoi ? Qu'avez-vous à perdre ? Mais pour vous montrer que cela y mène, c'est que cela diminuera les passions qui sont vos grands obstacles, etc.

Fin de ce discours.

Or quel mal vous arrivera-t-il en prenant ce parti ? Vous serez fidèle, honnête, humble, reconnaissant, bienfaisant, sincère ami, véritable. À la vérité, vous ne serez point dans les plaisirs empestés, dans la gloire, dans les délices. Mais n'en aurez-vous point d'autres ?

Je vous dis que vous y gagnerez en cette vie ; et qu'à chaque pas que vous ferez dans ce chemin, vous verrez tant de certitude du gain et tant du néant de ce que vous hasardez, que vous connaîtrez à la fin que vous avez parié pour une chose certaine, infinie, pour laquelle vous n'avez rien donné.

— Ô ! Ce discours me transporte, me ravit, etc.

— Si ce discours vous plaît et vous semble fort, sachez qu'il est fait par un homme qui s'est mis à genoux auparavant et après, pour prier cet Être infini et sans parties, auquel il soumet tout le sien, de se soumettre aussi le vôtre pour votre bien et pour sa gloire ; et qu' ainsi la force s'accorde avec cette bassesse.

*
*   *

Blaise PASCAL (Clermont-Ferrand, 1623 – Paris, 1662) :

III. Usage du Triangle arithmétique pour déterminer les Partis qu'on doit faire entre deux Joueurs qui jouent en plusieurs Parties, in : Traité du Triangle arithmétique… (1654), 1ère éd. posthume : Paris, Desprez, 1665.

Extrait établi à partir de l'édition de Michel Le Guern.

Pour entendre les règles des partis, la première chose qu'il faut considérer est que l'argent que les joueurs ont mis au jeu ne leur appartient plus, car ils en ont quitté la propriété ; mais ils en reçu en revanche le droit d'attendre ce que le hasard leur en peut donner, suivant les conditions dont ils sont convenus d'abord.

Mais, comme c'est une loi volontaire, ils peuvent la rompre de gré à gré ; et ainsi, en quelque terme que le jeu se trouve, ils peuvent le quitter ; et au contraire, de ce qu'ils ont fait en y entrant, renoncer à l'attente du hasard, et rentrer chacun en la propriété de quelque chose. Et en ce cas, le règlement de ce qui doit leur appartenir doit être tellement proportionné à ce qu'ils avaient droit d'espérer de la fortune, que chacun d'eux trouve entièrement égal de prendre ce qu'on lui assigne ou de continuer l'aventure du jeu : et cette juste distribution s'appelle le parti.

Le premier principe, qui fait connaître de quelle sorte on doit faire les partis, est celui-ci.

Si un des joueurs se trouve en telle condition que, quoi qu'il arrive, une certaine somme lui doit appartenir en cas de perte et de gain, sans que le hasard la lui puisse ôter, il n'en doit faire aucun parti, mais la prendre entière comme assurée parce que le parti devant être proportionné au hasard, puisqu'il n'y a nul hasard de perdre, il doit tout retirer sans parti.

Le second est celui-ci : si deux joueurs se trouvent en telle condition que si l'un gagne, il lui appartiendra une certaine somme, et s'il perd, elle appartiendra à l'autre ; si le jeu est de pur hasard et qu'il y ait autant de hasard pour l'un que pour l'autre et par conséquent non plus de raison de gagner pour l'un que pour l'autre, s'ils veulent se séparer sans jouer, et prendre ce qui leur appartient légitimement, le parti est qu'ils séparent la somme qui est au hasard par la moitié et que chacun prend la sienne.

Corollaire Premier

Si deux joueurs jouent à un jeu de pur hasard, à condition que si le premier gagne, il lui reviendra une certaine somme, et s'il perd, il lui reviendra une moindre ; s'ils veulent se séparer sans jouer, et prendre chacun ce qui leur appartient, le parti est que le premier prenne ce qui lui revient en cas de perte, et de plus la moitié de l'excès dont ce qui lui reviendrait en cas de gain surpasse ce qui lui revient en cas de perte.

Par exemple, si deux joueurs jouent à condition que, si le premier gagne, il emportera 8 pistoles, et s'il perd, il en emportera 2 : je dis que le parti est qu'il prenne ces 2, plus la moitié dont 8 surpasse 2, c'est-à-dire, plus 3, car 8 dépasse 2 de 6, dont la moitié est 3.

Car, par l'hypothèse, s'il gagne, il emporte 8, c'est-à-dire $6 + 2$, et s'il perd, il emporte 2 ; donc ces deux lui appartiennent en cas de perte et de gain : et par conséquent, par le premier principe, il n'en doit faire aucun partie, mais les prendre entières. Mais pour les 6 autres, elles dépendent du hasard ; de sorte que s'il lui est favorable, il les gagnera, sinon elles reviendront à l'autre ; et par l'hypothèse, il n'y a plus de raison qu'elles reviennent à l'un qu'à l'autre : donc le parti est qu'ils les séparent par la moitié, et que chacun prenne la sienne, qui est ce que j'avais proposé.

Donc, pour dire la même chose en d'autres termes, il lui appartient le cas de la perte, plus la moitié de la différence des cas de perte et de gain.

Et, partant, si en cas de perte il lui appartient A, et en cas de gain $A + B$, le parti est qu'il prenne $A + (B/2)$.

COROLLAIRE SECOND

Si deux joueurs sont en la même condition que nous venons de dire, je dis que le parti se peut faire de cette façon qui revient au même : que l'on assemble les deux sommes de gain et de perte et que le premier prenne la moitié de cette somme ; c'est-à-dire qu'on joigne 2 avec 8 et ce sera 10, dont la moitié 5 appartiendra au premier.

Car la moitié de la somme de deux nombres est toujours la même que le moindre, plus la moitié de leur différence.

Et cela se démontre ainsi :

Soit A ce qui revient en cas de perte, et $A + B$ ce qui revient en cas de gain. Je dis que le parti se fait en assemblant ces deux nombres, qui sont $A + A + B$, et en donnant la moitié au premier, qui est $(A/2) + (A/2) + (B/2)$. Car cette somme égale $A + (B/2)$, qui a été prouvé faire le parti juste.

Ces fondements étant posés, nous passerons aisément à déterminer le parti entre deux joueurs, qui jouent en tant de parties qu'on voudra, en quelque état qu'ils se trouvent, c'est-à-dire quel parti il faut faire quand ils jouent en deux parties, et que le premier en a une à point, ou qu'ils en jouent en trois, et que le premier en a une à point, ou quand il en a deux à point, ou quand il en deux à une ; et généralement en quelque nombre de parties qu'ils jouent, et en quelque gain de parties qu'ils soient, et l'un et l'autre.

Sur quoi la première chose qu'il faut remarquer est que deux joueurs qui jouent de deux parties, dont le premier en a une à point, sont en même condition que deux autres qui jouent en trois parties, dont le premier en a deux, et l'autre une : car il y a cela de commun que, pour achever, il ne manque qu'une partie au premier, et deux à l'autre : et c'est en cela que consiste la différence des avantages, et qui doit régler les partis ; de sorte qu'il ne faut proprement avoir égard qu'au nombre de parties qui restent à gagner à l'un et à l'autre, et non pas au nombre de celles qu'ils ont gagnées, puisque, comme nous avons déjà dit, deux joueurs se trouvent en même état quand, jouant en deux parties, l'un en a une à point, que deux qui jouent douze parties, l'un en onze à dix.

Il faut donc proposer la question en cette sorte :

Étant proposés deux joueurs, à chacun desquels il manque un certain nombre de parties pour achever, faire le parti.

J'en donnerai ici la méthode, que je poursuivrai en deux ou trois exemples qui seront si aisés à continuer, qu'il ne sera pas nécessaire d'en donner davantage.

Pour faire la chose générale sans rien mettre, je la prendrai par le premier exemple qu'il est peut-être mal à propos de toucher, parce qu'il est trop clair ; je le fais pourtant pour commencer par le commencement ; c'est celui-ci :

Premier cas.

Si à un des joueurs il ne manque aucune partie, et à l'autre quelques unes, la somme entière appartient au premier. Car il l'a gagnée, puisqu'il ne lui manque aucune des parties dans lesquelles il la devait gagner.

Second cas.

Si à un des joueurs, il manque une partie, et à l'autre une, le parti est qu'ils séparent l'argent par la moitié, et que chacun prenne la sienne : cela est évident par le second principe. Il en est de même s'il manque deux parties à l'un et deux à l'autre ; et de même quelque nombre de parties qui manque à l'un s'il en manque autant à l'autre.

Troisième cas.

Si à un des joueurs il manque une partie, et à l'autre deux, voici l'art de trouver le parti.

Considérons ce qui appartiendrait au premier joueur (à qui il ne manque qu'une partie) en cas de gain de la partie qu'ils vont jouer, et puis ce qui lui appartiendrait en cas de perte.

Il est visible que si celui à qui il ne manque qu'une partie, gagne cette partie qui va se jouer, il ne lui en manquera plus : donc tout lui appartiendra par le premier cas. Mais, au contraire, si celui à qui il manque deux parties gagne celle qu'ils vont jouer, il ne lui en manquera plus qu'une ; donc ils seront en telle condition, qu'il en manquera une à l'un, et une à l'autre. Donc ils doivent partager l'argent par la moitié par le deuxième cas.

Donc si le premier gagne cette partie qui va se jouer, il lui appartient tout, et s'il la perd, il lui appartient la moitié par le deuxième cas.

Donc si le premier gagne cette partie qui va se jouer, il lui appartient tout, et s'il la perd, il lui appartient la moitié ; donc, en cas qu'ils veuillent se séparer sans jouer cette partie, il lui appartient 3/4 par le second corollaire.

Et si on veut proposer un exemple de la somme qu'ils jouent, la chose sera bien plus claire.

Posons que ce soit 8 pistoles ; donc le premier en cas de gain, doit avoir le tout, qui est 8 pistoles, et en cas de perte, il doit avoir la moitié qui est 4 ; donc il lui appartient en cas de parti la moitié de 8 + 4, c'est-à-dire, 6 pistoles de 8 ; car 8 + 4 font 12, dont la moitié est 6.

Quatrième cas.

Si à un des joueurs il manque une partie et à l'autre trois, le parti se trouvera de même en examinant ce qui appartient au premier en cas de gain et de perte.

Si le premier gagne, il aura toutes ses parties, et partant tout l'argent, qui est, par exemple, 8.

Si le premier perd, il ne faudra plus que deux parties à l'autre à qui il en fallait 3. Donc ils seront en état qu'il faudra une partie au premier et deux à l'autre ; et partant, par le cas précédent, il appartiendra 6 pistoles au premier.

Donc en cas de gain, il lui en faut 8, et en cas de perte 6 ; donc, en cas de parti, il lui appartient la moitié de ces deux sommes, savoir, 7 ; car 6 + 8 font 14, dont la moitié est 7.

Cinquième cas.

Si à un des joueurs il manque une partie et à l'autre quatre, la chose est de même.

Le premier, en cas de gain, gagne tout, qui est, par exemple, 8 ; et en cas de perte, il manque une partie au premier et trois à l'autre ; donc il lui appartient 7 pistoles de 8 ; donc en cas de parti, il lui appartient la moitié de 8, plus la moitié de 7, c'est-à-dire 7 + (1/2).

Sixième cas.

Ainsi, s'il manque une partie à l'un et cinq à l'autre ; et à l'infini.

Septième cas.

De même, s'il manque deux parties au premier, et trois à l'autre ; car il faut toujours examiner les cas de gain et de perte.

Si le premier gagne, il lui manquera une partie, et à l'autre trois ; donc par le quatrième cas cas il lui appartient 7 de 8.

Si le premier perd, il lui manquera deux parties, et à l'autre deux, donc par le deuxième cas, il appartient à chacun la moitié, qui est 4 ; donc, en cas de gain, le premier en aura 7 et en cas de perte, il en aura 4 ; donc en cas de parti, il aura la moitié de ces deux ensemble, savoir 5 + (1/2).

Par cette méthode on fera les partis de toues sortes de conditions, en prenant toujours ce qui appartient en cas de gain et ce qui appartient en cas de perte, et assignant pour le cas de parti la moitié de ces deux sommes.

Voilà une des manières de faire les partis.

Il y en a deux autres, l'une par le Triangle arithmétique, et l'autre par les combinaisons. […]

*

* *

Bernard Le Bouyer de FONTENELLE

(Rouen, 1657 – Paris, 1757) :

Article de *Géométrie* sur le Jeu de Franc-Carreau, tel qu'analysé par

Georges-Louis Leclerc, comte de BUFFON

(Montbard, 1707 – Paris, 1788), *in* :

Histoire de l'Académie Royale des Sciences. Année M. DCCXXXIII (1733).
Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même année,
Tirés des Registres de cette Académie, pp. 43-45 de l'*Histoire…*
Paris : de l'Imprimerie Royale, M. DCCXXXV (1735).

// p. 43 //

GÉOMÉTRIE.

Cette année M. le Clerc de Buffon présenta à l'Académie des Solutions de Problemes qui regardoient le Jeu du franc Carreau. On jette en l'air dans une Chambre carrelée de Carreaux égaux & supposés réguliers, un Écu, un Louis, & on demande combien il y a à parier que la Piéce ne tombera que sur un seul Carreau, ou *franchement*. Il s'est fait de très-profondes & de très-curieuses recherches sur différents paris, différentes probabilités ; mais elles sont toutes purement numériques, c'est-à-dire, qu'elles ne consistent qu'en des combinaisons de Nombres, & ne sortent point d'une Arithmétique fort élevée. La question présente est d'une espece nouvelle, en ce qu'elle appartient à la Géométrie, & aux figures qui n'étoient point encore entrées dans cette matière.

Il saute aux yeux que plus la Piéce sera petite par rapport à un des Carreaux égaux, plus il y aura à parier qu'elle tombera franchement. Ainsi dans ce Carreau donné que l'on suppose quarré, M. le CLerc inscrit un autre quarré toûjours éloigné des bords du Carreau de la longueur du demi-diametre de l'E'cu ou du Louis, & il est clair que la probabilité que la Piéce tombera franchement sera à la probabilité contraire comme la superficie du petit quarré inscrit sera à celle de l'espece de bordure intérieure ou de *couronne* que ce petit quarré forme dans le Carreau, car la Piéce ne sera dans le cas de ne point tomber franchement que quand elle tombera de façon que son centre soit sur la superficie de cette couronne, puisqu'alors, vû la grandeur connuë de son demi-diametre, elle débordera nécessairement le Carreau.

Il suit de-là que pour jouer à jeu égal, ce qui est toûjurs en ces matiéres le but des Problemes comme l'équilibre en Méchanique, il faut que la superficie du quarré inscrit, & celle // p. 44 // de la couronne du Carreau, soient égales, & quand cela est ; le demi-diametre de la Piéce est incommensurable au côté du Carreau, & un peu plus de sa 6[me] partie. S'il n'étoit précisément que cette 6[me] partie, le jeu commenceroit déja à avoir quelque légère inégalité.

Sur quelque point du Carreau que s'pplique le centre d'une Piéce ronde, il est déterminé dans le moment si elle tombe franchement ou non. Mais ce ne seroit pas la même chose pour une Piéce quarrée, son centre étant toûjours posé sur le même point de la superficie du Carreau, s'il n'est qu'à une certaine distance de ses bords, elle pourra tombre ou ne tomber pas franchement. Ce sera le 1[er] si les côtés de la Piéce quarrée sont paralleles à ceux du Carreau, & le 2[d] s'ils ne le sont pas, alors elle débordera le Carreau par quelqu'une de ses 4 pointes. La Piéce ronde a toûjours, en vertu de sa figure, la même position par rapport aux côtés du Carreau, mais non pas la Piéce quarrée, & la probabilité de ne pas tomber franchement est beaucoup plus grande pour cette Piéce quarrée que pour la ronde, tout le reste étant d'ailleurs égal.

Pour ne point entrer dans une Géométrie assés fine, où ce sujet a conduit M. le Clerc, qui ne demandoit pas mieux que d'y être conduit, nous nous contenterons de donner par un des Problemes qu'il a résolus, une idée de ce que peuvent faire ici les différentes positions où tombe une Piéce qu'on jette.

Sur un plancher qui n'est formé que de planches égales & paralleles, on jette une Baguette d'une certaine longueur, & qu'on suppose sans largeur. Quand tombera-t-elle franchement sur une seule planche ?

Ce sera d'abord quand elle tombera dans une position parallele à la longueure ou côté de la planche sur laquelle elle tombe, mais ce sera encore dans beaucoup d'autres positions. Que l'on conçoive le point du milieu de la Baguette à une certaine distance du bord de la planche, & que sur ce point comme centre elle décrive un quart de Cercle par son extrémité la moins éloignée de ce bord, elle décrira une partie de // p. 45 // cet Arc au dedans de la planche, & l'autre partie au dehors, & autant qu'elle aura de positions au dedans, autant aura-t-elle de chûtes franches, & au contraire. Par conséquent le nombre de ses chûtes franches sera à celui des autres comme la somme de ses positions *intérieures* à la somme des *extérieures*, ou, ce qui est la même chose, comme les deux portions de l'aire du quart de Cercle, dont l'une est en dedans, l'autre au dehors de la planche.

Il est clair que dans la résolution du Probleme total doit entrer la considération du rapport de la Baguette à la largeur de la planche. Si ces deux grandeurs étoient égales, la Baguette ne tomberoit franchement dans toutes ses positions possibles que quand son point du milieu tomberoit sur le point du milieu de la largeur de la planche. Si cette largeur est plus grande, elle a un plus grand nombre de points sur lesquels le milieu de la Baguette peut tomber franchement, & au contraire. Il y a donc une certaine largeur de la planche qui rendroit le pari ou le jeu égal, & c'est ce que M. le Clerc a déterminé par une aire de Cycloïde avec beaucoup d'élégance au jugement de l'Académie.

*

*   *

Georges-Louis LECLERC, Comte de BUFFON (Montbard, 1707 – Paris, 1788) :

Extrait de l'*Histoire naturelle, générale et particulière. Servant de suite à l'Histoire Naturelle de l'Homme* (1777). Supplément, Tome Quatrième. XXIII, pp. 95-105.

Édition consultée : *Œuvres complètes de Buffon, mises en ordre et précédées d'une Notice Historique par M. A. Richard, Professeur agrégé à la Faculté de Médecine de Paris ; suivies de deux volumes sur les Progrès des Sciences physiques et naturelles depuis la mort de Buffon, par M. le Baron de Cuvier, Secrétaire perpétuel de l'Académie Royale des Sciences. Tome XIII. À Paris, chez Baudouin Frères, Éditeurs, rue de Vaugirard, n° 17, et chez N. Delangle, Éditeur, rue du Battoir, n° 19. M. DCCC. XXVII* (1827). Extrait de l'*Essai d'Arithmétique morale*, § XXIII, pp. 54-64. Adaptation[1] par J.-P. Le Goff.

XXIII.

L'Analyse est le seul instrument dont on se soit servi jusqu'à ce jour dans la science des probabilités, pour déterminer & fixer les rapports du hasard ; la Géométrie paroissoit peu propre à un ouvrage aussi délié ; cependant si l'on y regarde de près, il sera facile de reconnoître que cet avantage de l'Analyse sur la Géométrie, est tout-à-fait accidentel, & que le hasard selon qu'il est modifié & conditionné, se trouve du ressort de la géométrie aussi bien que de celui de l'analyse ; pour s'en assurer, il suffira de faire attention que les jeux & les questions de conjecture ne roulent ordinairement que sur des rapports de quantités discrètes ; l'esprit humain plus familier avec les nombres qu'avec les mesures de l'étendue les a toujours préférés ; les jeux en sont une preuve, car leurs loix sont une arithmétique continuelle ; pour mettre donc la Géométrie en possession de ses droits sur la science du hasard, il ne s'agit que d'inventer des jeux qui roulent sur l'étendue & sur ses rapports, ou calculer le petit nombre de ceux de cette nature qui sont déjà trouvés ; le jeu du franc-carreau peut nous servir d'exemple : voici ses conditions qui sont fort simples.

Dans une chambre parquetée ou pavée de carreaux égaux, d'une figure quelconque, on jette en l'air un écu ; l'un des joueurs parie que cet écu après sa chute se trouvera à franc-carreau, c'est-à-dire, sur un seul carreau ; le second parie que cet écu se trouvera sur deux carreaux, c'est-à-dire, qu'il couvrira un des joints qui les séparent ; un troisième joueur parie que l'écu se trouvera sur deux joints ; un quatrième parie que l'écu se trouvera sur trois, quatre ou six joints : on demande les sorts de chacun de ces joueurs.

Je cherche d'abord le sort du premier joueur & du second ; pour le trouver, j'inscris dans l'un des carreaux une figure semblable, éloignée des côtés du carreau, de la longueur du demi-diamètre de l'écu ; le sort du premier joueur sera à celui du second, comme la superficie de la couronne circonscrite est à la superficie de la figure inscrite ; cela peut se démontrer aisément, car tant que le centre de l'écu est dans la figure inscrite, cet écu ne peut être que sur un seul carreau, puisque par construction cette figure inscrite est par-tout éloignée du contour du carreau, d'une distance égale au rayon de l'écu ; & au contraire dès que le centre de l'écu tombe au dehors de la figure inscrite, l'écu est nécessairement sur deux ou plusieurs carreaux, puisqu'alors son rayon est plus grand que la distance du contour de cette figure inscrite au

[1] Le texte, ici réédité en typographie moderne, n'a pas été modifié quant à l'orthographe et aux notations. L'unique figure illustrant le texte original de Buffon est insérée de deux façons : en fac-similé et sous forme modernisée.

contour du carreau ; or, tous les points où peut tomber ce centre de l'écu, sont représentés dans le premier cas par la superficie de la couronne qui fait le reste du carreau ; donc le sort du premier joueur est au sort du second, comme cette première superficie est à la seconde ; ainsi pour rendre égal le sort de ces deux joueurs, il faut que la superficie de la figure inscrite, soit égale à celle de la Couronne, ou ce qui est la même chose, qu'elle soit la moitié de la surface totale du carreau.

Je me suis amusé à en faire le calcul, & j'ai trouvé que pour jouer à jeu égal sur des carreaux carrés, le côté du carreau devoit être au diamètre de l'écu, comme $1 : 1 - \sqrt{\frac{1}{2}}$; c'est-à-dire, à peu-près trois fois & demi plus grand que le diamètre de la pièce avec laquelle on joue.

Pour jouer sur des carreaux triangulaires équilatéraux, le côté du carreau doit être au diamètre de la pièce, comme $1 : \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}}{3 + 3\sqrt{\frac{1}{2}}}$, c'est-à-dire, presque six fois plus grand que le diamètre de la pièce.

Sur des carreaux en lozange, le côté du carreau doit être au diamètre de la pièce, comme[2] $1 : \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}}{2 + \sqrt{2}}$, c'est-à-dire, presque quatre fois plus grand.

Enfin sur des carreaux hexagones, le côté du carreau doit être au diamètre de la pièce, comme $1 : \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}}{1 + \sqrt{\frac{1}{2}}}$, c'est-à-dire presque double.

Je n'ai pas fait le calcul pour d'autres figures, parce que celles-ci sont les seules dont on puisse remplir un espace sans y laisser des intervalles d'autres figures ; & je n'ai pas cru qu'il fût nécessaire d'avertir que les joints des carreaux ayant quelque largeur, ils donnent de l'avantage au joueur qui parie pour le joint, & que par conséquent l'on fera bien, pour rendre le jeu encore plus égal, de donner aux carreaux carrés un peu plus de trois & demi fois, aux triangulaires six fois, aux lozanges quatre fois, & aux hexagones deux fois la longueur du diamètre de la pièce avec laquelle on joue.

Je cherche maintenant le sort du troisième joueur qui parie que l'écu se trouvera sur deux joints ; & pour le trouver, j'inscris dans l'un des carreaux, une figure semblable comme j'ai déjà fait, ensuite je prolonge les côtés de cette figure inscrite jusqu'à ce qu'ils rencontrent ceux du carreau, le sort du troisième joueur sera à celui de son adversaire, comme la somme des espaces compris entre le prolongement de ces lignes & les côtés du carreau, est au reste de la surface du carreau. Ceci n'a besoin pour être pleinement démontré, que d'être bien entendu.

J'ai fait aussi le calcul de ce cas, & j'ai trouvé que pour jouer à jeu égal sur des carreaux carrés, le côté du carreau doit être au diamètre de la pièce, comme $1 : \frac{1}{\sqrt{2}}$, c'est-à-dire, plus grand d'un peu moins d'un tiers.

---

[2] Le texte donne "$2 \times \sqrt{2}$" au dénominateur de la fraction, ce qui donne un rapport d'environ 3,27. Avec "$2 + \sqrt{2}$", le rapport proposé est d'environ 3,94, ce qui correspond mieux à l'indication d'approximation proposée.

Sur des carreaux triangulaires équilatéraux, le côté du carreau doit être au diamètre de la pièce, comme $1 : \frac{1}{2}$, c'est-à-dire, double.

Sur des carreaux en lozange, le côté du carreau doit être au diamètre de la pièce, comme $1 : \frac{\frac{1}{2}\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$, c'est-à-dire, plus grand d'environ deux cinquièmes.

Sur des carreaux hexagones, le côté du carreau doit être au diamètre de la pièce, comme $1 : \frac{1}{2}\sqrt{3}$, c'est à-dire, plus grand d'un demi-quart.

Maintenant le quatrième joueur parie que sur des carreaux triangulaires équilatéraux, l'écu se trouvera sur six joints, que sur des carreaux carrés ou en lozanges, il se trouvera sur quatre joints, & sur des carreaux hexagones, il se trouvera sur trois joints ; pour déterminer son sort, je décris de la pointe d'un angle du carreau, un cercle égal à l'écu, & je dis que sur des carreaux triangulaires équilatéraux, son sort sera à celui de son adversaire, comme la moitié de la superficie de ce cercle est à celle du reste du carreau ; que sur des carreaux carrés ou en lozanges, son sort sera à celui de l'autre, comme la superficie entière du cercle est à celle du reste du carreau ; & que sur des carreaux hexagones, son sort sera à celui de son adversaire, comme le double de cette superficie du cercle est au reste du carreau. En supposant donc que la circonférence du cercle est au diamètre, comme 22 sont à 7, on trouvera que pour jouer à jeu égal sur des carreaux triangulaires équilatéraux, le côté du carreau doit être au diamètre de la pièce, comme $1 : \frac{\sqrt{7\sqrt{3}}}{22}$, c'est-à-dire, plus grand d'un peu plus d'un quart.

Sur des carreaux en lozanges, le sort sera le même que sur des carreaux triangulaires équilatéraux.

Sur des carreaux carrés, le côté du carreau doit être au diamètre de la pièce, comme $1 : \frac{\sqrt{11}}{7}$, c'est-à-dire, plus grand d'environ un cinquième.

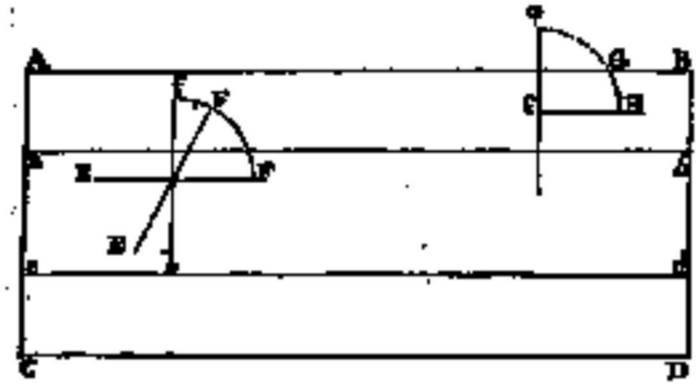
Sur des carreaux hexagones, le côté du carreau doit être au diamètre de la pièce, comme $1 : \frac{\sqrt{21\sqrt{3}}}{44}$, c'est-à-dire, plus grand d'environ un treizième.

J'omets ici la solution de plusieurs autres cas, comme lorsque l'un des joueurs parie que l'écu ne tombera que sur un joint ou sur deux, sur trois, &c. ils n'ont rien de plus difficile que les précédens ; & d'ailleurs on joue rarement ce jeu avec d'autres conditions que celles dont nous avons fait mention.

Mais si au lieu de jeter en l'air une pièce ronde, comme un écu, on jetoit une pièce d'une autre figure, comme une pistole d'Espagne carrée, ou une aiguille, une baguette, &c. le problème demanderoit un peu plus de géométrie, quoiqu'en général il fût toujours possible d'en donner la solution par des comparaisons d'espaces comme nous allons le démontrer.

Je suppose que dans une chambre, dont le parquet est simplement divisé par des joints parallèles, on jette en l'air une baguette, & que l'un des joueurs parie que la baguette ne croisera aucune des parallèles du parquet, & que l'autre au contraire parie que la baguette croisera quelques-unes de ces parallèles ; on demande le sort de ces deux joueurs. *On peut jouer ce jeu sur un damier avec une aiguille à coudre ou une épingle sans tête*.

Pour le trouver, je tire d'abord entre les deux joints parallèles *A B* & *C D* du parquet, deux autres lignes parallèles *a b* & *c d*, éloignées des premières de la moitié de la longueur de la baguette *E F*, & je vois évidemment que tant que le milieu de la baguette sera entre ces deux secondes parallèles, jamais elle ne pourra croiser les premières dans quelque situation *E F*, *e f*, qu'elle puisse se trouver ; & comme tout ce qui peut arriver au-dessus de *a b* arrive de même au-dessous de *c d*, il ne s'agit que de déterminer l'un ou l'autre ; pour cela je remarque que toutes les situations de la baguette peuvent être représentées par le quart de la circonférence du cercle dont la longueur de la baguette est le diamètre ; appelant donc 2 *a* la distance *C A* des joints du parquet, *C* le quart de la circonférence du cercle dont la longueur de la baguette est le diamètre, appelant 2 *b* la longueur de la baguette, & *f* la longueur *A B* des joints, j'aurai $f\,\overline{(a-b)}\,c$ pour l'expression qui représente la probabilité de ne pas croiser le joint du parquet, ou ce qui est la même chose, pour l'expression de tous les cas où le milieu de la baguette tombe au-dessous de la ligne *a b* & au-dessus de la ligne *c d*.



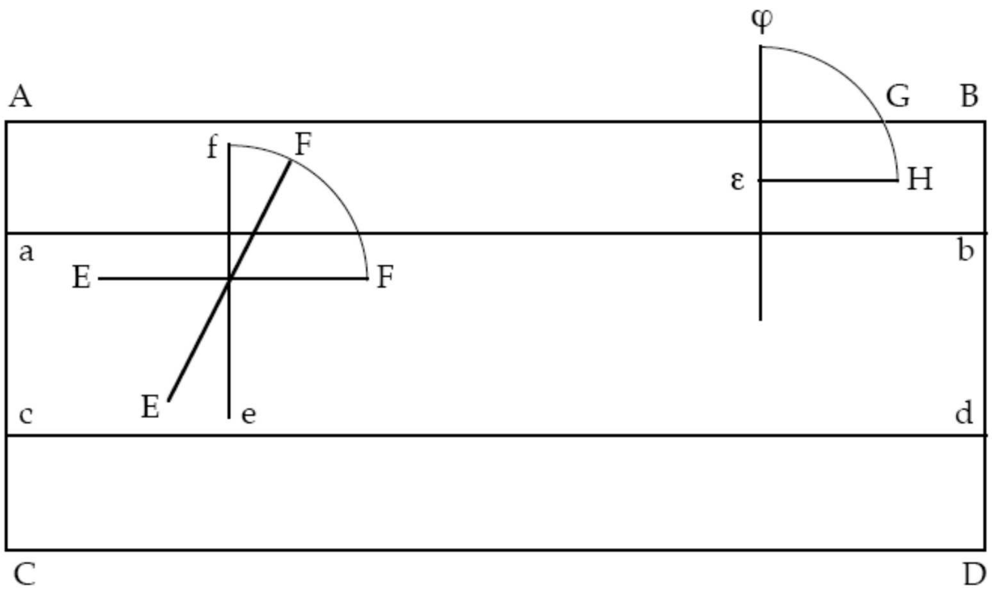
Mais lorsque le milieu de la baguette tombe hors de l'espace *a b d c*, compris entre les secondes parallèles, elle peut, suivant sa situation, croiser ou ne pas croiser le joint ; de sorte que le milieu de la baguette étant, par exemple, en ε, l'arc φ *G* représentera toutes les situations où elle croisera le joint, & l'arc *G H* toutes celles où elle ne le croisera pas & comme il en sera de même de tous les points de la ligne εφ, j'appelle *dx* les petites parties de cette ligne, & *y* les arcs de cercle φ *G*, & j'ai $f\,(\int y\,dx)$ pour l'expression de tous les cas où la baguette croisera, & $f\,\overline{(bc-\int y\,dx)}$ pour celle des cas où elle ne croisera pas ; j'ajoute cette dernière expression à celle trouvée ci-dessus $f\,\overline{(a-b)}\,c$, afin d'avoir la totalité des cas où la baguette ne croisera pas, & dès-lors je vois que le sort du premier joueur est à celui du second, comme $ac-\int y\,dx : \int y\,dx$.

Si l'on veut donc que le jeu soit égal, l'on aura $ac=2\int y\,dx$ ou $a=\dfrac{\int y\,dx}{\frac{1}{2}c}$, c'est-à-dire, à l'aire d'une partie de cycloïde, dont le cercle générateur a pour diamètre 2 *b* longueur de la baguette ; or, on sait que cette aire de cycloïde est égale au carré du rayon, donc $a=\dfrac{bb}{\frac{1}{2}c}$, c'est-à-dire, que la longueur de la baguette doit faire à peu-près les trois quarts de la distance des joints du parquet.

La solution de ce premier cas nous conduit aisément à celle d'un autre qui d'abord auroit paru plus difficile, qui est de déterminer le sort de ces deux joueurs dans une chambre pavée de carreaux carrés, car en inscrivant dans l'un des carreaux carrés, un carré éloigné par-tout des côtés du carreau de la longueur *b*, l'on aura d'abord

$c\,\overline{(a-b)}^2$ pour l'expression d'une partie des cas où la baguette ne croisera pas le joint ; ensuite on trouvera $\overline{(2a-b)}\int y\,dx$ pour celle de tous les cas où elle croisera, & enfin $cb\,\overline{(2a-b)}-\overline{(2a-b)}\int y\,dx$ pour le reste des cas où elle ne croisera pas ; ainsi le sort du premier joueur est à celui du second, comme $c\,\overline{(a-b)}^2+cb\,\overline{(2a-b)}-\overline{(2a-b)}\int y\,dx : \overline{(2a-b)}\int y\,dx$.

Si l'on veut donc que le jeu soit égal, l'on aura $c\,\overline{(a-b)}^2+cb\,\overline{(2a-b)}=\overline{(2a-b)}^2\int y\,dx$ ou $\frac{\frac{1}{2}caa}{2a-b}=\int y\,dx$; mais comme nous l'avons vu ci-dessus, $\int y\,dx=bb$; donc $\frac{\frac{1}{2}caa}{2a-b}=bb$; ainsi le côté du carreau doit être à la longueur de la baguette, à peu-près comme $\frac{41}{22}:1$, c'est-à-dire, pas tout-à-fait double. Si l'on jouoit donc sur un damier avec une aiguille dont la longueur serait la moitié de la longueur du côté des carrés du damier, il y auroit de l'avantage à parier que l'aiguille croisera les joints.



On trouvera par un calcul semblable, que si l'on joue avec une pièce de monnoie carrée, la somme des sorts sera au sort du joueur qui parie pour le joint, comme $aac : 4abb\sqrt{\frac{1}{2}}-b^3-\frac{1}{2}Ab$, A marque ici l'excès de la superficie du cercle circonscrit au carré, & b la demi-diagonale de ce carré.

Ces exemples suffisent pour donner une idée des jeux que l'on peut imaginer sur les rapports de l'étendue ; l'on pourroit se proposer plusieurs autres questions de cette espèce, qui ne laisseroient pas d'être curieuses & même utiles : si l'on demandoit, par exemple, combien l'on risque à passer une rivière sur une planche plus ou moins étroite ; quelle doit être la peur que l'on doit avoir de la foudre ou de la chute d'une bombe, & nombre d'autres problèmes de conjecture, où l'on ne doit considérer que le rapport de l'étendue, & qui par conséquent appartiennent à la Géométrie tout autant qu'à l'Analyse. […]

*

* *

Pierre-Simon de LAPLACE

(Marquis, Beaumont-en-Auge, 1749 – Paris, 1827) :
Extraits de l'*Essai philosophique sur les Probabilités*
1ère éd., *in* : Cours de l'École Normale de l'An II, 1795,
1ère éd., Paris : Courcier, 1812. – 2de éd., Paris : Veuve Courcier, 1814, 190 p.
Ouvrage indépendant, qui parut comme une *Introduction* dès la 3ème éd. de la :
Théorie analytique des Probabilités, par M. le Comte Laplace.
1ère éd., Paris : Veuve Courcier, 1812. 2de éd., Paris : Veuve Courcier, 1820.
Éditions consultées et pages transcrites et modernisées,
1°) *Essai …* Paris : Veuve Courcier, 1814, pp. 12-30.
2°) *Œuvres complètes de Laplace,* Tome VIIème, *Théorie…*
Paris : Imprimerie royale, 1847, pp. XII-XXIII.

Principes généraux du Calcul des Probabilités

I^er^ Principe.

Le premier de ces principes est la définition même de la probabilité qui, comme on l'a vu, est le rapport du nombre des cas favorables à celui de tous les cas possibles.

II^e^ Principe.

Mais cela suppose les divers cas également possibles. S'ils ne le sont pas, on déterminera d'abord leurs possibilités respectives, dont la juste appréciation est un des points les plus délicats de la théorie des hasards. Alors la probabilité sera la somme des possibilités de chaque cas favorable. Éclaircissons ce principe par un exemple.

Supposons que l'on projette en l'air une pièce large et très mince dont les deux grandes faces opposées, que nous nommerons *croix* et *pile*, soient parfaitement semblables. Cherchons la probabilité d'amener *croix* une fois au moins en deux coups. Il est clair qu'il peut arriver quatre cas également possibles, à savoir, *croix* au premier et au second coup ; *croix* au premier coup et *pile* au second ; *pile* au premier coup et *croix* au second ; enfin *pile* aux deux coups. Les trois premiers cas sont favorables à l'événement dont on cherche la probabilité, qui, par conséquent, est égale à 3/4 ; en sorte qu'il y a trois contre un parier que *croix* arrivera au moins une fois en deux coups.

On peut ne compter à ce jeu que trois cas différents, savoir, *croix* au premier coup, ce qui dispense d'en jouer un second ; *pile* au premier coup et *croix* au second ; enfin *pile* au premier et au second coup. Cela réduirait la probabilité à 2/3, si l'on considérait, avec d'Alembert, ces trois cas comme également possibles. Mais il est visible que la probabilité d'amener *croix* au premier coup est 1/2, tandis que celle des autres cas est 1/4 ; le premier cas étant un événement qui correspond aux deux événements composés, *croix* au premier et au second coup, et *croix* au premier coup, *pile* au second.

Maintenant, si conformément au second principe, on ajoute la possibilité de *croix* au premier coup à la possibilité 1/4 de *pile* arrivant au premier coup et *croix* au second, on aura 3/4 pour la probabilité cherchée, ce qui s'accorde avec ce que l'on trouve dans la supposition où l'on joue les deux coups. Cette supposition ne change point le sort de celui qui parie pour cet événement ; elle sert seulement à réduire les divers cas également possibles.

III^e^ Principe.

Un des points les plus importants de la Théorie des Probabilités, et celui qui prête le plus aux illusions, est la manière dont les probabilités augmentent ou diminuent par leurs combinaisons mutuelles. Si les événements sont indépendants les uns des autres, la probabilité de l'existence de leur ensemble est le produit de leurs probabilités particulières. Ainsi la probabilité d'amener un as avec un seul dé étant un sixième, celle d'amener deux as en projetant deux dés à la fois est un trente-sixième. En effet, chacune des faces de l'un pouvant se combiner avec les six faces de l'autre, il y a trente-six cas également possibles, parmi lesquels un seul donne les deux as. Généralement, la probabilité qu'un événement simple, dans les mêmes circonstances, arrivera de suite un nombre donné de fois est égale à la probabilité de cet événement simple, élevée à une puissance indiquée par ce nombre. Ainsi, les puissances successives d'une fraction moindre que l'unité diminuant sans cesse, un événement qui dépend d'une suite de probabilités fort grandes peut devenir extrêmement peu vraisemblable. Supposons qu'un fait nous soit transmis par vingt témoins, de manière que le premier l'ait transmis au second, le second au troisième, et ainsi de suite ; supposons encore que le probabilité de chaque témoignage soit égale à 9/10 ; celle du fait, résultante des témoignages, en sera moindre qu'un huitième. On ne peut mieux comparer cette diminution de la probabilité qu'à l'extinction de la clarté des objets par l'interposition de plusieurs morceaux de verre, un nombre de morceaux peu considérable suffisant pour dérober la vue d'un objet qu'un seul morceau laisse apercevoir d'une manière distincte. Les historiens ne paraissent pas avoir fait assez d'attention à cette dégradation de la probabilité des faits, lorsqu'ils sont vus à travers un grand nombre de générations successives ; plusieurs événements historiques, réputés certains, seraient au moins douteux, si on les soumettait à cette épreuve.

Dans les sciences purement mathématiques, les conséquences les plus éloignées participent de la certitude du principe dont elles dérivent. Dans les applications de l'Analyse à la Physique, les conséquences ont toute la certitude des faits ou des expériences. Mais dans les sciences morales, où chaque conséquence n'est déduite de ce qui la précède que d'une manière vraisemblable, quoique probables que soient ces déductions, la chance de l'erreur croît avec leur nombre, et finit par surpasser la chance de la vérité dans les conséquences très éloignées du principe.

IVᵉ Principe.

Quand deux événements dépendent l'un de l'autre, la probabilité de l'événement composé est le produit de la probabilité du premier événement par la probabilité que, cet événement étant arrivé, l'autre arrivera. Ainsi, dans le cas précédent de trois urnes A, B, C, dont deux ne contiennent que des boules blanches et dont une ne referme que des boules noires, la probabilité de tirer une boule blanche de l'urne C est 2/3, puisque, sur trois urnes, deux ne contiennent que des boules de cette couleur. Mais lorsqu'on a extrait une boule blanche de l'urne C, l'indécision relative à celle des urnes qui ne renferme que des boules noires ne portant plus que sur les urnes A et B, la probabilité d'extraire une boule blanche de l'urne B est 1/2 ; le produit de 2/3 par 1/2, ou 1/3, est donc la probabilité d'extraire à la fois des urnes B et C deux boules blanches. En effet, il est nécessaire pour cela que l'urne A soit celle des trois urnes qui contient des boules noires, et la probabilité de ce cas est évidemment 1/3.

On voit par cet exemple l'influence des événements passés sur la probabilité des événements futurs. Car la probabilité d'extraire une boule blanche de l'urne B, qui primitivement est 2/3, se réduit à 1/2 lorsqu'on a extrait une boule blanche de l'urne C ; elle se changerait en certitude, si l'on avait une boule noire de la même urne. On déterminera cette influence au moyen du principe suivant, qui est un corollaire du précédent.

Vᵉ Principe.

Si l'on calcule *a priori* la probabilité de l'événement arrivé, et la probabilité d'un événement composé de celui-ci et d'un autre qu'on attend la seconde probabilité, divisée par la première, sera la probabilité de l'événement attendu, tirée de l'événement observé.

Ici se présente la question agitée par quelques philosophes, touchant à l'influence du passé sur la probabilité de l'avenir. Supposons qu'au jeu de *croix* ou *pile*, *croix* soit arrivé plus souvent que *pile* : par cela seul, nous serons portés à croire que, dans la reconstitution de la pièce, il existe une cause constante qui la favorise. Ainsi, dans la conduite de la vie, le bonheur constant est une preuve d'habileté, qui doit faire employer de préférence les personnes heureuses. Mais si, par l'instabilité des circonstances, nous sommes ramenés, nous sommes ramenés sans cesse à l'état d'une indécision absolue ; si, par exemple, on change de pièce à chaque coup, au jeu de *croix* et pile, le passé ne peut répandre aucune lumière sur l'avenir, et il serait absurde d'en tenir compte.

VI^e^ Principe.

Chacune des causes auxquelles un événement observé peut être attribué est indiquée avec autant plus de vraisemblance, qu'il est plus probable que, cette cause était supposée exister, l'événement aura lieu ; la probabilité de l'existence d'une quelconque de ces causes est donc une fraction, dont le numérateur est la probabilité de l'événement résultante de cette cause, et dont le dénominateur est la somme des probabilités semblables relatives à toutes les causes. Si ces diverses causes, considérées *a priori*, sont inégalement probables, il faut, au lieu de la probabilité de l'événement, résultante de chaque cause, employer le produit de cette probabilité par celle de la cause elle-même. C'est le principe fondamental de cette branche de l'Analyse des hasards qui consiste à remonter des événements aux causes.

Ce principe donne la raison pour laquelle on attribue les événements réguliers à une cause particulière . Quelques philosophes ont pensé que ces événements sont moins possibles que les autres, et qu'au jeu de *croix* ou *pile*, par exemple, la combinaison dans laquelle *croix* arrive vingt fois de suite est moins facile à la nature que celles où *croix* et *pile* sont entremêlés d'une façon irrégulière. Mais cette opinion suppose que les événements passés influent sur la possibilité des événements futurs, ce qui n'est point admissible. Les combinaisons régulières n'arrivent plus rarement que parce qu'elles sont moins nombreuses. Si nous recherchons une cause là où nous apercevrons de la symétrie, ce n'est pas que nous regardions un événement symétrique comme moins possible que les autres ; mais, cet événement devant être l'effet d'une cause régulière ou celui du hasard, la première de ces suppositions est plus probable que la seconde. Nous voyons sur une table des caractères d'imprimerie, disposés dans cet ordre, *Constantinople*, et nous jugeons que cet arrangement n'est pas l'effet du hasard, non parce qu'il est moins possible que les autres, puisque si ce mot n'était employé dans aucune langue, nous ne lui soupçonnerions point de cause particulière ; mais, ce mot étant en usage parmi nous, il est incomparablement plus probable qu'une personne aura disposé ainsi les caractères précédents qu'il ne l'est que cet arrangement est dû au hasard.

C'est ici le lieu de définir le mot *extraordinaire*. Nous rangeons, par la pensée, tous les événements possibles en diverses classes, et nous regardons comme *extraordinaires* ceux des classes qui en comprennent un très petit nombre. Ainsi, au jeu de *croix* ou *pile*, l'arrivée de *croix* cent fois de suite nous paraît extraordinaire, parce que le nombre presque infini des combinaisons qui peuvent arriver en cent coups, étant partagé en séries régulières, celles-ci sont incomparablement plus nombreuses. La sortie d'une boule blanche d'une urne qui, sur un million de boules, n'en contient qu'une seule de cette couleur, les autres étant noires, nous paraît encore extraordinaire, parce que nous ne formons que deux classes d'événements, relatives aux deux couleurs. Mais la sortie n° 475 813, par exemple, d'une urne qui renferme un million de numéros nous semble un événement ordinaire, parce que, comparant individuellement les numéros les uns aux autres, sans les partager en classes, nous n'avons aucune raison de croire que l'un d'eux sortira plutôt que les autres.

De ce qui précède, nous devons généralement conclure que, plus un fait est extraordinaire, plus il a besoin d'être appuyé de fortes preuves ; car, ceux qui l'attestent pouvant ou tromper ou avoir été trompés, ces deux causes sont d'autant plus probables que la réalité du fait l'est moins elle-même. C'est ce que l'on verra particulièrement lorsque nous parlerons de la probabilité des témoignages.

VII[e] Principe.

La probabilité d'un événement futur est la somme des produits de la probabilité de chaque cause, tirée de l'événement observé, par la probabilité que, cette cause existant, l'événement futur aura lieu. L'exemple suivant éclaircira ce principe.

Imaginons une urne qui ne renferme que deux boules dont chacune soit ou blanche, ou noire. On extrait une de ces boules, que l'on remet ensuite dans l'urne, pour procéder à un nouveau tirage. Supposons que, dans les deux premiers tirages, on ait amené des boules blanches ; on demande la probabilité d'amener encore une boule blanche au troisième tirage.

On ne peut faire ici que ces deux hypothèses : ou l'une des boules est blanche et l'autre noire, ou toutes deux sont blanches. Dans la première hypothèse, la probabilité de l'événement observé est 1/2 : elle est l'unité ou la certitude dans la seconde. Ainsi, en regardant ces hypothèses comme autant de causes, on aura, par le sixième principe, 1/5 et 1/5 pour leurs probabilités respectives. Or, si la première hypothèse a lieu, la probabilité d'extraire une boule planche au troisième tirage est 1/2 ; elle égale l'unité, dans la seconde hypothèse ; en multipliant donc ces dernières probabilités par celles des hypothèses correspondantes, la somme des produits ou 9/10 sera la probabilité d'extraire une boule blanche au troisième tirage.

Quand la probabilité d'un événement simple est inconnue, on peut lui supposer également toutes les valeurs depuis zéro jusqu'à l'unité. La probabilité de chacune de ces hypothèses, tirée de l'événement observé, est, par le sixième principe, une fraction dont le numérateur est la probabilité de l'événement dans cette hypothèse, et dont le dénominateur est la somme des probabilités semblables relatives à toutes ces hypothèses. Ainsi la probabilité que la possibilité de l'événement est comprise dans des limites données est la somme des fractions comprises dans ces limites. Maintenant, si l'on multiplie chaque fraction par la probabilité de l'événement futur, déterminée dans l'hypothèse correspondante, la somme des produits relatifs à toutes les hypothèses sera, par le septième principe, la probabilité de l'événement futur, tirée de l'événement observé. On trouve ainsi qu'un événement étant arrivé se suite un nombre quelconque de fois, la probabilité qu'il arrivera encore la fois suivante est égale à ce nombre augmenté de l'unité, divisé par le même nombre augmenté de deux unités. En faisant, par exemple, remonter la plus ancienne époque de l'histoire à cinq mille ans ou à 1 826 213 jours, et le Soleil s'étant levé constamment, dans cet intervalle, à chaque révolution de vingt-quatre heures, il y a 1 826 214 à parier contre un qu'il se lèvera encore demain. Mais ce nombre est incomparablement plus fort pour celui qui, connaissant par l'ensemble des phénomènes le principe régulateur des jours et des saisons, voit que rien dans le moment actuel ne peut en arrêter le cours.

Buffon, dans son *Arithmétique politique*, calcule différemment la probabilité précédente. Il suppose qu'elle ne diffère de l'unité que d'une fraction dont le numérateur est l'unité, et dont le dénominateur est le nombre 2 élevé à une puissance égale au nombre de jours écoulés depuis l'époque. Mais la vraie manière de remonter des événements passés à la probabilité des causes et des événements futurs était inconnue à cet illustre écrivain.

De l'Espérance.

La probabilité des événements sert à déterminer l'espérance ou la crainte des personnes intéressées à leur existence. Le mot *espérance* a diverses acceptions : il exprime généralement l'avantage de celui qui attend un bien quelconque, dans des suppositions qui ne sont que probables. Cet avantage, dans la théorie des hasards, est le produit de la somme espérée par la probabilité de l'obtenir : c'est la somme partielle qui doit revenir lorsqu'on ne veut pas courir les risques de l'événement, en *supposant* que la répartition se fasse proportionnellement aux probabilités. Cette répartition est la seule équitable, lorsqu'on fait abstraction de toutes circonstances étrangères, parce qu'un égal degré de probabilité donne un droit égal sur la somme espérée. Nous nommerons cet avantage *espérance mathématique*.

VIII^e^ Principe.

Lorsque l'avantage dépend de plusieurs événements, on l'obtient en prenant la somme des produits de la probabilité de chaque événement par le bien attaché à son arrivée.

Appliquons ce principe à des exemples. Supposons qu'au jeu de croix ou pile Paul reçoive 2 fr s'il amène croix au premier coup, et 5 fr s'il ne l'amène qu'au second. En multipliant 2 fr par la probabilité ½ du premier cas, et 5 fr par la probabilité ¼ du second, la somme des produits, ou 2 fr et un quart, sera l'avantage de Paul. C'est la somme qu'il doit donner d'avance à celui qui lui a fait cet avantage ; car, pour l'égalité du jeu, la mise doit être égale à l'avantage qu'il procure.

Si Paul reçoit 2 fr en amenant *croix* au premier coup, et 5 fr en l'amenant au second coup, dans le cas même où il l'aurait amené au premier, alors la probabilité d'amener *croix* au second coup étant ½, en multipliant 2 fr et 5 fr par ½, la somme de ces produits donnera 3 fr et demi pour l'avantage de Paul et par conséquent pour sa mise au jeu.

IX^e^ Principe.

Dans une série d'événements probables, dont les uns produisent un bien et les autres une perte, on aura l'avantage qui en résulte, en faisant une somme des produits de la probabilité de chaque événement favorable par le bien qu'il procure, et en retranchant de cette somme celle des produits de la probabilité de chaque événement défavorable par la perte qui y est attachée. Si la seconde somme l'emporte sur la première, le bénéfice devient perte, et l'espérance se change en crainte.

On doit toujours, dans la conduite de la vie, faire en sorte d'égaler au moins le produit du bien que l'on espère par sa probabilité, au produit semblable relatif à la perte. Mais il est nécessaire, pour y parvenir, d'apprécier exactement les avantages, les pertes et leurs probabilités respectives. Il faut pour cela une grande justesse d'esprit, un tact délicat et une grande expérience des choses ; il faut savoir se garantir des préjugés, des illusions de la crainte et de l'espérance, et de ces fausses idées de fortune et de bonheur, dont la plupart des hommes bercent leur amour-propre.

L'application des principes précédents à la question suivante a beaucoup exercé les géomètres. Paul joue à *croix* ou *pile*, avec la condition de recevoir 2 fr s'il amène *croix* au premier coup, 4 fr s'il ne l'amène qu'au second ; 8 fr s'il ne l'amène qu'au troisième, et ainsi de suite. Sa mise au jeu doit être, par le huitième principe, égale au nombre des coups : en sorte que si la partie continue à l'infini, la mise doit être infinie. Cependant, aucun homme raisonnable ne voudrait exposer à ce jeu une somme même modique, 50 fr par exemple. D'où vient cette différence entre le résultat du calcul et l'indication du sens commun ? On reconnaît bientôt qu'elle tenait à ce que l'avantage moral qu'un bien nous procure n'est pas proportionnel à ce bien, et qu'il dépend de mille circonstances souvent très difficiles à définir, mais dont la plus générale et la plus importante est celle de la fortune. En effet, il est visible que 1 fr a beaucoup plus de prix pour celui qui n'en a que 100 que pour un millionnaire.

On doit donc distinguer, dans le bien espéré, sa valeur absolue de sa valeur relative : celle-ci se règle sur les motifs qui le font désirer, au lieu que la première en est indépendante. On ne peut donner de principe général pour apprécier cette valeur relative. En voici cependant un proposé par Daniel Bernoulli, et qui peut servir dans beaucoup de cas.

X^e^ Principe.

La valeur relative d'une somme infiniment petite est égale à sa valeur absolue divisée par le bien total de la personne intéressée. Cela suppose que tout homme a un bien quelconque dont la valeur ne peut jamais être supposée nulle. En effet, celui même qui ne possède rien donne toujours au produit de son travail et à ses espérances une valeur au moins égale à ce qui lui est rigoureusement nécessaire pour vivre.

Si l'on applique l'analyse au principe que nous venons d'exposer, on obtient la règle suivante :

En désignant par l'unité la partie de la fortune d'un individu indépendante de ses expectatives, si l'on détermine les diverses valeurs que cette fortune peut recevoir en vertu de ces expectatives, et leurs probabilités, le produit de ces valeurs élevés respectivement aux puissances indiquées par ces probabilités sera la fortune physique qui procurerait à l'individu le même avantage moral qu'il reçoit de la partie de sa fortune, prise pour unité, et de ses expectatives ; en retranchant donc l'unité de ce produit, la différence sera l'accroissement de la fortune physique, dû aux expectatives : nous nommerons cet accroissement *espérance morale*. Il est facile de voir qu'elle coïncide avec l'espérance mathématique, lorsque la fortune prise pour unité devient infinie par rapport aux variations qu'elle reçoit des expectatives. Mais, lorsque ces variations sont une partie sensible de cette unité, les deux espérances peuvent différer très sensiblement entre elles.

Cette règle conduit à des résultats conformes aux indications du sens commun, que l'on peut par ce moyen apprécier avec quelque exactitude. Ainsi, dans la question précédente, on trouve que, si la fortune de Paul est de 200 fr, il ne doit pas raisonnablement mettre au jeu plus de 9 fr. La même règle conduit encore à répartir le danger sur plusieurs parties d'un bien que l'on attend, plutôt que d'exposer ce bien tout entier au même danger. Il en résulte pareillement qu'au jeu le plus égal, la perte est toujours relativement plus grande que le gain. En supposant, par exemple, qu'un joueur, ayant une fortune de 100 fr, en expose 50 au jeu de *croix* ou *pile*, sa fortune après mise au jeu sera réduite à 87 fr, c'est-à-dire que cette dernière somme procurerait au joueur le même avantage moral que l'état de sa fortune après sa mise. Le jeu est donc désaventageux, dans le cas même où la mise est égale au produit de la somme espérée par sa probabilité. On peut juger par là de l'immortalité des jeux dans lesquels la somme espérée est au-dessous de ce produit. Ils ne subsistent que par les faux raisonnements et par la cupidité qu'ils fomentent, et qui, portant le peuple à sacrifier son nécessaire à des espérances chimériques dont il est hors d'état d'apprécier l'invraisemblance, sont la source d'une infinité de maux.

[Le paragraphe qui suit est un ajout d'éditions ultérieures en tant que préface.]

Le désavantage des jeux, l'avantage de ne pas exposer au même danger tout le bien qu'on attend, et tous les résultats semblables indiqués par le bon sens subsistent, quelle que soit la fonction de la fortune physique qui, pour chaque individu, exprime sa fortune morale. Il suffit que le rapport de l'accroissement de cette fonction à l'accroissement de la fortune physique diminue à mesure que celle-ci augmente.

*

* *

Henri POINCARÉ (Nancy, 1854 – Paris, 1912) *& alii* :
Textes se rapportant à l' « *Affaire Dreyfus* », 1904.

// p. 499 //

EXAMEN CRITIQUE DES DIVERS SYSTÈMES OU ÉTUDES GRAPHOLOGIQUES AUXQUELS A DONNÉ LIEU LE BORDEREAU.

(RAPPORT DE MM. DARBOUX, APPELL ET POINCARÉ.)

ORDONNANCE

LA COUR DE CASSATION, CHAMBRE CRIMINELLE,

Vu son arrêt en date du 5 mars 1904, ordonnant qu'avant dire droit sur la demande en révision du jugement du conseil de guerre de Rennes du 9 septembre 1899, une instruction supplémentaire sera suivie conformément à l'article 445 du Code d'instruction criminelle :

Attendu qu'il importe de procéder à l'examen critique de divers systèmes ou études graphologiques auxquels a donné lieu la pièce dite *bordereau* – de ceux notamment qui ont été présentés soit officiellement, soit officieusement, par MM. Bertillon, Valerio, Corps, et par « un ancien élève de l'École polytechnique (imprimerie Hardy et Bernard, 80, rue de Bondy, 1904) ».

Ordonne qu'il soit ce fait par MM. Poincaré, Darboux et Appell, serment préalablement prêté, conformément à l'article 44 du code d'instruction criminelle, devant le Président de cette Chambre, de faire leur rapport et de donner leur avis en leur honneur et conscience :

Dit, en conséquence, que – pour l'accomplissement de leur mission – MM. Les Experts pourront, d'une part, se mettre en rapport avec les auteurs (susdésignés et autres s'il y a échet) des systèmes ou études précités, afin de provoquer de leur part toutes précisions ou explications ; – qu'ils sont admis, d'autre part, à faire appel aux concours techniques qui leur paraîtraient utiles, tels que celui, s'il y a lieu, du Bureau des Longitudes, et à mettre en oeuvre, en // p. 500 // un mot, tous moyens d'ordre scientifique pouvant contribuer à la manifestation pleine et entière de la vérité ;

Dit, en outre, qu'il lui en sera référé au cas où des saisies de pièces ou toutes autres mesures d'information seraient nécessaires aux fins de la présente Ordonnance ;

Ordonne que la pièce dite bordereau, les diverses reproductions qui en ont été faites originairement depuis à différentes époques, les lettres signées Esterhazy, datées l'une de Courbevoie, 17 avril 1894, saisie chez le sieur Schmidt, et l'autre de Rouen, 17 août 1894, saisie chez le sieur Callé, la lettre dite « du buvard » et celles, ensemble, avec lesquelles cette lettre a été saisie, ainsi que toutes autres pièces de comparaison comprises dans les procédures, et toutes celles qui seraient ultérieurement placées sous la main de la justice, seront mises, au Greffe de la Chambre criminelle, à la disposition de MM. Les Experts, qui, après avoir procédé à l'exécution de leur mission, déposeront un rapport dans le plus bref délai possible audit Greffe.

Ainsi délibéré et fait en la Chambre du conseil de la Chambre criminelle, le 18 avril 1904.

Le Président,
Signé : CHAMBAREAUD.

Le Greffier,
Signé : TOURNIER.

RAPPORT
DE
MM. LES EXPERTS DARBOUX, APPELL ET POINCARÉ

INTRODUCTION

NOTIONS SUR LA PROBABILITÉ DES CAUSES

Le système de M. Bertillon, ainsi que les autres systèmes soumis à notre examen, ont la prétention d'être une appli- // p. 501 // cation du calcul des probabilités : nous sommes donc conduits, avant d'en commencer l'étude détaillée, à rechercher à quelles conditions, ce calcul peut être légitimement appliqué à des questions de cette nature. Les premières tentatives faites par M. Bertillon pour l'évaluation des probabilités avaient été tout à fait malheureuses.

Dans son mémoire présenté à la Cour de cassation en 1899. Il avait employé un raisonnement entièrement fautif qu'il a répété ensuite devant le conseil de guerre de Rennes.

Ayant constaté quatre coïncidences sur les 26 initiales et finales des polysyllabes redoublés, il se demande quelle conclusion on peut en tirer. Il évalue à 0,2 la probabilité d'une coïncidence isolée et il en conclut que la probabilité de 4 coïncidences est $(0,2)^4 = 0,0016$.

Mais l'examen le plus superficiel montre que c'est là la probabilité pour qu'il y ait 4 coïncidences sur 4 : celle de 4 coïncidences sur 26 est de 0,7, c'est-à-dire 400 fois plus grande.

Quand cette erreur a été signalée, on a répondu qu'il y avait, en réalité, plus de 4 coïncidences et que la probabilité de chacune d'elles était plus petite que 0,2 ; la raisonnement n'en demeure pas moins faux, puisqu'il conduit l'auteur à un résultat 400 fois plus faible, que celui que donnerait un calcul correct *fait avec les mêmes données*.

M. Bertillon y a, croyons-nous, renoncé ; mais l'histoire même de son erreur nous montre la nécessité de bien établir les principes fondamentaux à appliquer.

Si l'on met en évidence certaines coïncidences, et qu'on montre qu'il y avait *a priori* peu de chances pour qu'elles se produisissent, avons-nous le droit d'en conclure qu'elles ne peuvent être l'effet du hasard ?

Si le n° 25 sort à la loterie, ce sera un événement dont la probabilité *a priori* était faible, puisque les billets étaient fort nombreux ; mais cela ne veut pas dire que le tirage n'a pas été loyal, car il fallait bien qu'un numéro sortît ou un autre.

Ce n'est donc pas ainsi qu'il faut raisonner ; il ne s'agit pas de calculer la probabilité de telle ou telle coïncidence que *vous choisissez précisément parce que vous l'avez constatée* ; ce qu'il faut introduire, c'est la probabilité d'une // p. 502 // coïncidence *quelconque* parmi celles que vous compteriez à votre actif si elles se produisaient.

Supposons qu'il y ait 1 .000 lettres dans le bordereau, avec les différences des abscisses et des ordonnées, cela fait 999 .000 nombres : qu'on trouve ensuite 10 .000 coïncidences, y aurait-il lieu de s'étonner ? La probabilité qu'il faudrait chercher, ce serait celle pour que sur 999 .000 nombres, il y en eût 10 .000 qui, après 10 ans de recherches, paraissent remarquables à un esprit aussi attentif que M. Bertillon ; c'est presque la certitude.

Si on reproduisait un million de documents, il n'y en aurait pas un où l'on retrouverait les mêmes particularités, cela est vrai, mais il y en aurait 900 .000 où l'on retrouverait d'autres particularités que vous ne jugeriez pas moins remarquables.

Nous en avons dit assez pour faire comprendre la nécessité d'une base de raisonnements plus solide. C'est ce que les fondateurs du calcul des probabilités ont cherché pour les questions de ce genre, mais nous ne pouvons l'expliquer sans entrer dans quelques détails techniques.

Ils ont distingué la probabilité des effets et la probabilité des causes. Comme exemple de probabilité des effets, on choisit d'ordinaire une urne contenant 90 boules blanches et 10 boules noires. Si l'on tire au hasard une boule de cette urne, quelle est la probabilité pour que cette boule soit noire ? C'est évidemment 1/10.

Les problèmes de probabilité des causes sont beaucoup plus compliqués, mais beaucoup plus intéressants.

Supposons par exemple deux urnes d'aspect extérieur identique ; nous savons que l'une contient 90 boules blanches et 10 boules noires, et l'autre au contraire 90 boules noires et 10 boules blanches. Nous tirons au hasard une boule de l'une des urnes, sans savoir de laquelle, et nous constatons qu'elle est blanche. Quelle est la probabilité pour que ce soit dans la première urne que nous ayons puisé ?

Dans ce nouveau problème, l'*effet* est connu, on a constaté que la boule tirée était blanche ; mais la *cause* est inconnue, on ne sait pas dans quelle urne on a fait le tirage.

Le problème qui nous occupe ici est de même nature : l'effet est connu, ce sont les coïncidences signalées sur le // p. 503 // bordereau, et c'est la cause (forgerie ou écriture naturelle) qu'il s'agit de déterminer.

Ce sont donc les formules dites de probabilité des causes qu'il convient d'appliquer. Mais l'application de ces formules exige quelques précautions.

Dans l'exemple cité plus haut, la probabilité cherchée est de 9/10. Mais c'est parce que nous supposons qu'il n'y a *a priori* aucune raison pour qu'on soit tombé sur l'une des urnes, plutôt que sur l'autre. Mais les choses auraient été bien différentes si nous avions eu 11 urnes, dont 10 composées comme la première et une seulement comme la seconde. *A priori*, la probabilité pour qu'on tombe sur une urne où les blanches dominent aurait été déjà grande, et les résultats auraient dû être notablement modifiés.

Pour pouvoir calculer, d'après un événement constaté, la probabilité d'une cause, il nous faut donc plusieurs données :

1° Il faut savoir quelle était *a priori*, avant l'événement, la probabilité de cette cause.

2° Il faut savoir ensuite quelle serait, pour chacune des causes possibles, la probabilité de l'événement constaté. (C'est ainsi que, dans l'exemple cité, il faut connaître la composition des urnes.)

Or, cette probabilité *a priori*, dans des questions comme celle qui nous occupe, est uniquement formée d'éléments moraux qui échappent absolument au calcul, et si, comme nous venons de le voir, nous ne pouvons rien calculer sans la connaître, tout calcul devient impossible.

Aussi Auguste Comte a-t-il dit avec juste raison que l'application du calcul des probabilités aux sciences morales était le scandale des mathématiques.

Vouloir éliminer les éléments moraux et y substituer des chiffres, cela est aussi dangereux que vain.

En un mot, le calcul des probabilités n'est pas, comme on paraît le croire, une science merveilleuse qui dispense le savant d'avoir du bon sens.

C'est pourquoi *il faudrait s'abstenir absolument d'appliquer le calcul aux choses morales* ; si nous le faisons ici, c'est que nous y sommes contraints.

C'est des éléments moraux que doit dépendre le jugement, nous n'avons pas à en parler ici ; mais il est évident que si l'auteur du bordereau avait voulu faire croire à une // p. 504 // simulation, il aurait choisi un système simple qui ne pût manquer d'être remarqué par des experts et sur lequel aucune contestation n'aurait été possible.

Il suffit, pour condamner le système Bertillon, d'observer qu'il ne satisfait pas à cette condition.

On nous dira que ce n'est pas notre rôle d'examiner la question à ce point de vue.

[…]

// p. 505 // […]

RECONSTITUTION DU BORDEREAU

Nous devons observer d'abord que les mesures qui ont servi de base au système n'ont pas été prises sur le bordereau original, mais sur un document artificiel, que l'on // p. 506 // désignera sous le nom de *bordereau reconstitué* et dont nous allons expliquer l'origine.

Tout de suite après la saisie du bordereau, M. Tomps en a fait exécuter deux clichés que nous désignerons sous le nom de *clichés Tomps* ; c'étaient les documents qui, après l'original lui-même, offraient le plus de garanties puisqu'ils étaient les plus anciens ; mais ils ne pouvaient servir à M. Bertillon parce que les filigranes du papier n'y apparaissaient pas.

M. Bertillon fit donc faire de nouveaux clichés par contatcts, et ce sont ces clichés qui sont reproduits sur les planches 1 et 2 de la *brochure verte* et qui sont l'origine de la reconstitution.

Ces clichés ont été agrandis 10 fois et on a tiré des épreuves de cet agrandissement. M. Bertillon n'a pas cru devoir prendre de précautions méticuleuses pour assurer la régularité de cet agrandissement : il comptait en effet, pour l'exactitude finale de sa reconstitution, sur les opérations qu'il nous reste à décrire.

Le bordereau entier entier ainsi agrandi formait plusieurs feuilles qui furent découpées à leur tour en suivant autant que possible les déchirures et les plis du papier original. Sur ces épreuves, on voyait apparaître les filigranes du papier sous la forme de larges traits de 4 à 5 millimètres d'épaisseur. Sur trois grandes planches à dessin furent ensuite tracées au crayon une série de droites rectangulaires qui découpaient la surface aussi exactement que possible en carrés de 4 centimètres de côté.

Si les filigranes du papier original avaient eu exactement 4 millimètres, si l'agrandissement s'était fait sans déformation et avait été exactement de 10 fois, si enfin le bordereau n'avait été ni déchiré ni plissé, les carrés du filigrane sur l'agrandissement auraient eu rigoureusement 4 centimètres et se seraient appliqués sans peine sur les carrés tracés sur la planche à dessin.

Il n'en était pas ainsi ; on a donc collé les épreuves ou les morceaux d'épreuves sur la planche, en s'efforçant de faire coïncider les carrés du filigrane avec les carrés tracés d'avance sur la planche. Quand un morceau ne se prêtait pas facilement à cette superposition, on y faisait une nouvelle coupure, et généralement on arrivait à placer chacune // p. 507 // des deux parties d'une façon satisfaisante. Toutes ces opérations de collage n'ont pas été faites par M. Bertillon lui-même, mais par ses aides.

M. Bertillon, *admettant que les filigranes du bordereau original avaient exactement 4 millimètres*, espérait par ce procédé corriger à la fois l'effet des plis et des déchirures, et les déformations dues à l'agrandissement.

Quoi qu'il en soit, le document ainsi obtenu lui parut peu lisible, parce que le recto et le verso se voyaient par transparence, parce que le halo photographique avait épaissi les traits, parce que le large trait des filigranes était très apparent.

M. Bertillon lui fit donc subir une nouvelle transformation. Afin de rétrécir les traits, il fit agrandir à 10 une photographie, « par réflexion » dit-il, où l'on ne voyait ni le verso ni les filigranes, il calqua les grandes planches et remit les calques sur l'épreuve agrandie « par réflexion » de façon à pouvoir réamincir les traits et à donner l'écriture la forme naturelle. Il fit passer sur les grandes planches une couche de gouache, en réservant seulement les traits ainsi reconstitués ; cette gouache fit disparaître les filigranes et l'écriture du verso.

D'autre part, par suite des découpures dont nous venons de parler, beaucoup de traits étaient interrompus, et il lui fallut faire des retouches pour les raccorder ; ces retouches se voient aisément sur la planche 9 de la brochure verte, où, pour la plupart, on n'a pas cherché à les dissimuler, car elles sont marquées par deux traits formant le contour du jambage dont l'intérieur n'est pas rempli.

M.Bertillon a ensuite marqué, sur ces grandes planches, une série de traits équidistants parallèles à une droite qu'il considère comme représentant le bord libre. Plus exactement, ces traits ne sont figurés sur les planches que par une série d'amorces. Ces traits ne sont autre chose que les réticules dont nous aurons longuement l'occasion de parler plus loin.

Les dessins ainsi obtenus sur ces grandes planches ont été ensuite réduits à 2,5, c'est-à-dire à quatre fois l'original et on a eu ainsi (en y ajoutant quelques signes qui ne nous intéressent pas pour le moment) les clichés qui ont servi à faire la planche 9 de la brochure verte. Toutes les mesures // p. 508 // ont été prises sur ces clichés ou sur d'autres documents encore plus indirects, qui en ont été déduits par des opérations plus ou moins compliquées que nous décrirons plus loin.

Quelle garantie offre une telle reconstitution ?

Au point de vue métrique, elle serait exacte :

1° Si les filigranes du papier pelure étaient rigoureusement rectilignes ;
2° S'ils étaient rigoureusement parallèles et perpendiculaires entre eux ;
3° S'ils étaient rigoureusement équidistants ;
4° Si l'équidistance était rigoureusement de 4 millimètres.

En d'autres termes, tout se passe comme si M. Bertillon avait pris comme instrument de mesure, non pas un appareil de précision, non pas même un de ces mètres du commerce qui ont du moins subi le contrôle du vérificateur, mais tout simplement le filigrane du papier.

Nous verrons plus loin quelle confiance méritait ce singulier instrument.

Au point de vue graphique, ces calquages et ces décalquages, ces passages à la gouache, ces retouches nous inspirent pas moins de défiance.

M.Bertillon s'en rendait bien compte d'ailleurs. Il alla voir le général Mercier pour lui demander l'autorisation de décoller le bordereau, de le mettre entre les mains de gens très adroits pour rapprocher les morceaux et faire des photographies par transparence, mais il ne put l'obtenir.

ÉTUDE DU FILIGRANE

De là la nécessité de nous rendre compte de ce que valait l'instrument de mesure dont M. Bertillon s'était servi, c'est-à-dire le filigrane.

À cet effet, un morceau de papier détaché du bordereau ne portant aucune trace de pli ou de déchirure, fut confié à M. Lœvy, directeur de l'Observatoire, qui, aidé de M. Puiseux, astronome titulaire, et de M. Morvan, et se servant de l'appareil de précision construit pour l'étude des photogra- // p. 509 // phies de la lune, a mesuré la largeur et l'équidistance des traits.

Il a obtenu les résultats qui sont consignés dans le tableau annexe, et que nous pouvons résumer ainsi qu'il suit :

Equidistance moyenne des traits 3,93
Equidistance maximum 4,269
Equidistance minimum 3,693

Valeur probable de l'erreur commise sur l'équidistance, en adoptant l'équidistance moyenne 0,1.

Largeur maximum des traits 0,685
Largeur minimum des traits 0,400

Veut-on maintenant apprécier la rectilignité et le parallélisme des traits, on verra sur le même tableau que, dans une même rangée rectiligne, la dimension des carrés varie de 3,783 à 3,938 ou de 3,811 à 3,916, ou de 3,875 à 4,103, ou de 3,991 à 4,269.

Ainsi, M. Bertillon a pris toutes ses mesures avec un mètre faux, parce que les divisions étaient trop petites, parce qu'elles étaient irrégulières, parce qu'elles étaient mal définies par suite de l'épaisseur des traits de division.

Des mesures analogues ont été prises ensuite sur la partie écrite du bordereau ; les résultats sont consignés dans le tableau annexe ci-joint (1). Ces mesures ont été conduites avec le plus grand soin, le plus souvent par plusieurs observateurs, quelques unes six fois sur le bordereau lui-même et neuf fois sur un cliché.

L'erreur probable sur une détermination individuelle était de 4 centièmes de millimètre, à cause de l'épaisseur et de l'indécision du trait ; naturellement, quand on prenait la moyenne de plusieurs déterminations, l'erreur probable diminuait et s'abaissait à 2 ou 1 centième de millimètre.

On voit ainsi que la moyenne d'un quadrillage est de 3,97 dans la région C, de 3,95 dans la région B, de 3,95 dans la région A. De très grandes irrégularités apparaissent ; les dimensions d'un carré peuvent varier de 3,66 à 4,36, la somme de deux carrés consécutifs de 7,51 à 8,42 ; la somme // p. 510 // de trois carrés consécutifs de 11,36 à 12,32 ; celle de quatre carrés consécutifs de 39,90 à 40,12.

Ajoutons que l'erreur probable sur l'équidistance moyenne des filigranes est seulement de 0,04 : 30 ou de 0,001.

Une objection resterait possible : on pourrait supposer que depuis dix ans le papier s'est altéré et a subi un léger retrait, de sorte que les carrés primitivement de 4 millimètres se seraient abaissés à 3,95. Cela ne suffirait pas pour que la reconstitution de M. Bertillon pût être regardée comme exacte ; pour cela il ne suffit pas que la moyenne des carrés soit de 4 millimètres, mais qu'aucun de ces carrés ne s'écarte beaucoup de 4 millimètres. Le retrait du papier aurait été à peu près uniforme, c'est-à-dire que les carrés, qui seront irréguliers aujourd'hui l'étaient déjà en 1894, et par conséquent que la reconstitution est fautive.

Mais heureusement cette discussion est inutile ; nous possédons, en effet, des clichés qui ont été pris par contact par M. Bertillon, en 1894, et où les filigranes sont apparents.

On a mesuré alors les dimensions du filigrane sur ces clichés toujours par les mêmes procédés et avec les mêmes instruments. On et arrivé ainsi aux résultats suivants :

Pour 4 carrés sur le bordereau .... moyenne. 4,05
Pour les mêmes carrés sur le cliché .... ----------- . 4,057
Pour 3 carreaux sur le bordereau .... ----------- . 3,943
Pour les mêmes sur le cliché .... ----------- . 3,923

Ainsi, à l'encontre de ce que l'on aurait pu craindre, *le papier du bordereau n'a pas subi de retrait depuis 1894*.

(1) Chemise 8 du dossier joint au rapport.

Donc le quadrillage était, dès 1894, trop irrégulier pour servir de base à une reconstitution.

Donc la reconstitution du bordereau est fausse.

Il reste donc à voir quelle est l'importance de l'erreur commise.

Pour s'en rendre compte, on a déterminé les abscisses de 31 filigranes verticaux et l'erreur commise sur chacune de ces abscisses dans la reconstitution Bertillon. Les mesures ont toujours été prises, bien entendu, sur des carrés qui n'étaient traversées ni par un pli ni par une déchirure.

Les erreurs de ces abscisses varient de + 36 à – 90 centièmes de millimètre. L'erreur sur la distance horizontale de deux points, c'est-à-dire sur la différence de deux abscisses // p. 511 // peut donc atteindre $1^{mm}26$, l'erreur moyenne est ± 0,404. Naturellement, on retrouve des erreurs analogues sur les distances verticales ; comme elles n'ont pas la même importance pour ce qui va suivre, nous nous contenterons de signaler que la hauteur totale du bordereau est de 207 millimètres sur la reconstitution et de 205 en réalité.

Autre cause d'erreur : les filigranes ne sont pas parallèles.

On peut trouver des traits verticaux dont la distance varie du bas en haut du bordereau de 4,11 à 4,36 ou de 4,22 à 3,61 ou de 3,84 à 4,07 ou de 3,87 à 4,00.

Pour toutes ces raisons, *la reconstitution est inexacte* ; ici encore nous devrions arrêter notre travail et considérer la question comme tranchée ; mais nous croyons devoir pousser notre examen jusqu'au bout.

[…]

// p. 516 // […]

REPÉRAGE DES POLYSYLLABES

M. Bertillon a cru remarquer que les polysyllabes redoublés sont repérés semblablement par rapport aux réticules et il en conclut que le bordereau est truqué.

Il veut dire par là que, quand un même polysyllabe est répété deux fois dans la pièce, les distances au bord libre des initiales de ces deux mots semblables diffèrent entre elles d'un multiple de 5 millimètres. Il s'agit, soit du bord libre idéal, si l'on adopte le réticulage de la planche 9, soit du bord libre réel, si l'on adopte celui de la planche 6.

M. Bertillon justifie ce choix de polysyllabes redoublés par des arguments que nous ne voulons pas discuter. Mais si l'on adopte les polysyllabes redoublés, il faut les prendre tous. Pourquoi exclure *une* par exemple et admettre *note* ?

M. Bertillon dit qu'il se borne aux *polysyllabes de plus de trois lettres*. On ne voit pas bien pourquoi il s'arrête à trois plutôt qu'à quatre.

Tout cela est purement arbitraire ; il semble qu'il exclut les polysyllabes pour lesquels il a constaté le défaut de coïncidence et qu'il cherche *ensuite* les raisons qui devraient les faire exclure. De telles raisons, il est clair qu'on en trouve toujours. L'arbitraire est d'autant plus grand que M. Bertillon admet certains polysyllabes *presque redoublés* comme *nouveaux* et *nouvelles* et en rejette d'autres.

Les coïncidences peuvent-elles être attribuées au hasard ou sont-elles une preuve de forgerie ?

Pour le savoir, il faut chercher quelle est la probabilité des coïncidences constatées, à supposer qu'elles soient dues au seul hasard, et pour cela il faut d'abord chercher quelle est la probabilité d'une coïncidence isolée.

PROBABILITÉ D'UNE COÏNCIDENCE ISOLÉE

Pour bien faire, il faudrait reprendre chacune des coïncidences signalées et déterminer par des mesures exactes avec quelle précision elle est réalisée. Il faudrait donc faire une nouvelle reconstitution du bordereau plus exacte que celle de

M. Bertillon. Nous y avions d'abord songé, cela eût // p. 517 // été possible, bien que les filigranes ne fussent pas équidistants, s'ils avaient été rectilignes et parallèles, mais ayant constaté que cette condition n'était pas remplie, nous dûmes renoncer à cette idée.

Nous devons donc procéder autrement. Nous avons vu que l'erreur moyenne commise par M. Bertillon sur la différence de deux abscisses est de $0^{mm}404$; cela veut dire, d'après la loi des erreurs que, sur n coïncidences réalisées exactement, sur la reconstitution erronée de M. Bertillon, il y en a, sur le bordereau véritable $n.$ 0,520 qui sont réalisées à ± 0,404 près, $n.$ 0,842 qui sont réalisées à ± 0,808 près, ou plus généralement $n.\ J$ qui sont réalisées à plus ou moins 0,808 t près en posant :

$$J = \frac{2}{\sqrt{\pi}\int_0^t e^{-t^2}dt}$$

En résumé la précision est de l'ordre de $0^{mm}4$, et ce n'est pas cela du tout qu'on nous dit dans la brochure verte ; on nous parle d'une précision de K/8 ou de K/16 c'est-à-dire de $0^{mm}15$ ou de $0^{mm}07$! Et cependant si la coïncidence a lieu à $0^{mm}1$ près sur la reconstitution, elle ne peut pas avoir lieu avec la même précision sur le bordereau véritable qui en diffère de 0,4. *Ainsi, les coïncidences sont plus précises sur la reconstitution qui est fausse que sur le bordereau véritable.*

Voilà qui est bien paradoxal.

Comment cela se fait-il ? Est-ce que cela est dû au hasard ? Ou bien devons-nous conclure que ce n'est pas le bordereau, mais la reconstitution qui est truquée ?

Fort heureusement nous ne sommes pas acculés à une conclusion aussi sévère.

Une initiale n'est pas un point mathématique ; deux lettres semblables, deux *d* par exemple, peuvent différer beaucoup. Il faut donc choisir sur ces deux *d* les points que l'on compare et cela comporte beaucoup d'arbitraire. Au moment où nous songions à faire des mesures avec une nouvelle reconstitution, nous avions demandé à M. Bertillon de vouloir bien indiquer par des traits rouges, sur des exemples de la planche 9, les points qu'il jugeait devoir être comparés. Ces exemplaires sont annexés au rapport. // p. 518 //

On verra par exemple que les deux *d* de *disposition* sont dissemblables ; l'un d'eux est précédé d'un petit crochet qui manque sur l'autre, et c'est cependant sur ce petit crochet que l'on prend le point de comparaison.

Qu'est-ce à dire ? M. Bertillon a d'abord annoncé que la probabilité était de 0,2, ce qui correspond à une précision de ± 0,5 ; c'est le chiffre qui sert de base à un raisonnement erroné présenté devant la Cour de cassation et reproduit à Rennes. Puis il a profité de la latitude dont il disposait pour déplacer inconsciemment les points de comparaison et *améliorer* peu à peu ses coïncidences.

On peut donc expliquer l'apparent paradoxe sans mettre sa bonne foi en doute.

Il faut maintenant adopter un chiffre pour évaluer numériquement cette précision. Si nous prenions 0,404 cela serait trop peu, puisque nous venons de voir qu'on ne peut pas compter atteindre cette précision pour plus de 52 % des coïncidences signalées par M. Bertillon, à supposer même que ces coïncidences soient *rigoureusement* réalisées sur la reconstitution.

On pourrait être tenté de prendre 0,808, puisque nous venons de voir que cette précision serait atteinte 84 fois sur 100. Mais cette fois ce chiffre serait trop fort, car le hasard peut faire qu'en dehors des coïncidences signalées, il y en ait d'autres qui n'aient pas lieu sur la reconstitution fautive, et qui se produisent avec cette approximation sur le bordereau véritable.

Nous adopterons donc un chiffre intermédiaire. Il serait naturel de prendre la moyenne, soit 0,6, mais pour adopter une hypothèse plus favorable à M. Bertillon, nous prendrons 0,5. À quelle probabilité cela correspond-il ? c'est celle pour qu'une longueur soit un multiple de 5 à 0,5 près *en plus ou moins*, par exemple pour qu'elle soit comprise entre 4,5 et 5,5 ou entre 9,5 ou 10,5 etc …

Cette probabilité est 0,2, c'est d'ailleurs le chiffre qu'avait adopté M. Bertillon avant d'avoir *amélioré* ses coïncidences. *Remarquons que ce chiffre est un minimum.* […] // p. 519 //

CAS DES RÉPÉTITIONS MULTIPLES

Observons maintenant que certains polysyllabes sont répétés plusieurs fois, par exemple *note* est répété 4 fois, et *une* 5 fois. Comment devons-nous opérer en pareil cas ?

Pour un polysyllabe répété n fois, la probabilité pour qu'il y ait une coïncidence devient

$$1 - (1 - n/10)^{n-1}$$

Elle est donc :

0,2	pour un polysyllabe répété	……………	2 fois.
0,51	—	—	3 fois.
0,78	—	—	4 fois.

Elle est presque la certitude pour un polysyllabe répété plus de 4 fois, elle est la certitude pour un polysyllabe répété 10 fois.

Mais allons plus loin et cherchons le nombre probable de coïncidences entre des polysyllabes répétés n fois, ou si on veut, l'espérance mathématique d'un joueur qui devrait recevoir un franc chaque fois qu'une coïncidence est réalisée.

Il y a $n(n-1)/2$ coïncidences possibles, de sorte que cette espérance semble être 0,2 $n(n-1)/2$, c'est en effet ce que confirme un calcul complet.

Voici comment nous opérerons : supposons un polysyllabe répété n fois et imaginons que parmi ces n polysyllabes identiques, il y en ait p qui coïncident entre eux et q autres qui coïncident entre eux, sans coïncider avec les premiers.

Nous compterons alors

$$0{,}2\, n(n-1)/2$$

coïncidences probables et

$$p(n-1)/2 + q(q-1)/2$$

coïncidences réalisées. Il y a lieu de supposer en effet que, si M. Bertillon avait constaté par exemple une coïncidence entre le premier et le second mot *note*, et une autre entre le troisième et le quatrième, il les aurait comptées toutes les deux à son actif. // p. 520 //

Appliquons donc les principes précédents et prenons d'abord les polysyllabes ; il y en a 12 répétés 2 fois ;

1 répété 4 fois (*note*) ;
1 répété 5 fois (*une*) ;

ce qui fait d'après notre règle :

0,2 (12 + 6 + 10) = 5,6 coïncidences probables.

Combien y en a-t-il de réalisées ? La brochure verte en compte 8. […]

*
* *

Laurent ROLLET :
Un mathématicien dans l'affaire Dreyfus : Henri Poincaré

Communication pour le *Séminaire d'Histoire des Mathématiques de l'Institut Henri Poincaré*, 13 février 2002

On connaît le rôle fondateur que joua l'affaire Dreyfus pour l'émergence de la catégorie de l'intellectuel engagé. Dans son édition du 14 décembre 1898, l'*Est républicain*, journal profondément antidreyfusiste, publia un article non signé proposant une définition de l'intellectuel : « L'intellectuel, *genre vertébré, espèce des mammifères – bipède comme vous et moi – a fait son apparition sur notre planète vers la fin de l'an de grâce 1897. Cet animal se nourrit généralement de chair humaine – mange du général à tous les repas, comme d'aucuns mangent du curé. D'une voracité étonnante, en échange du garance, qui lui est devenu fade, il va s'offrir quelques biftecks de magistrature, un suprême à la Picquart, quoi ! Sa religion : juif ou huguenot, rarement catholique. Son idole : un juif à trois pieds qu'on a envoyé au diable. Ce parasite nous vient le plus souvent de l'Université, il affectionne particulièrement les lettres, les sciences, voire la médecine. Se développe par génération spontanée, s'abat sur la France comme une nuée de sauterelles, n'attaque pas les récoltes, s'en prend aux Institutions* ».

En quelques mots une forme de clivage entre dreyfusisme et antidreyfusisme se trouvait ainsi énoncée : l'intellectuel entretient des affinités privilégiées avec le dreyfusisme et il est le plus souvent issu des milieux universitaires, littéraires et scientifiques. Une telle définition traduit assez bien, me semble-t-il, une réalité de l'antidreyfusisme, à savoir ses difficultés pour recruter dans ses rangs un nombre représentatif de personnalités issus de l'*intelligentsia* universitaire. Pour ne mentionner que la sphère scientifique, il est avéré qu'il y eut plus de scientifiques du côté dreyfusiste que de l'autre ; en effet, si Camille Jordan, Georges Humbert et Pierre Duhem se rallièrent à l'antidreyfusisme, la majorité des mathématiciens français œuvrèrent en faveur de Dreyfus. Paul Appell, Gaston Darboux, Jules Tannery, Paul Painlevé, Jacques Hadamard, Émile Borel ou Henri Poincaré eurent ainsi une influence non négligeable sur le déroulement de cet événement et sur l'éclatement de la vérité.

Bien évidemment, il faut distinguer différents degrés dans l'engagement des mathématiciens que je viens de citer : l'engagement de Paul Painlevé, acteur très actif dans l'affaire, est à distinguer de celui d'Henri Poincaré. Je n'aurais cependant pas la prétention d'explorer le parcours de tous ces mathématiciens. À travers cette intervention j'aimerais simplement proposer une caractérisation du rôle joué par Henri Poincaré durant l'affaire Dreyfus.

Il est difficile de placer Poincaré dans une catégorie prédéfinie d'engagement. En effet, malgré la forte charge passionnelle et la forte résonance idéologique de l'affaire Dreyfus, Poincaré se cantonna toujours dans un rôle d'expert scientifique, se gardant bien d'entrer dans l'engrenage des luttes entre dreyfusisme et antidreyfusisme ; aucun communiqué officiel, aucun article dans la presse, mais une modération clairement revendiquée dans un seul et unique acte : la signature de l'*Appel à l'Union* d'Ernest Lavisse, enjoignant à la réconciliation nationale et à l'acceptation du jugement de la Cour d'Appel, quel qu'il soit. Alors que pour bon nombre d'intellectuels, l'*Affaire* constitua le point de départ de leur engagement militant, Poincaré ne fut jamais à proprement parler un dreyfusard : il n'adhéra pas à la *Ligue des Droits de l'Homme* et, vers la fin de sa vie, il afficha même des affinités très claires avec les milieux conservateurs, représentés par d'anciens membres de l'élite antidreyfusarde (Maurice Barrès, le Comte d'Haussonville).

Hormis quelques interventions très ciblées, Poincaré ne s'exprima pas publiquement sur le fond de l'affaire et à aucun moment dans ses écrits il n'est question de l'innocence réelle ou supposée de Dreyfus. Tout au plus trouve-t-on une allusion explicite à l'affaire Dreyfus dans un discours qu'il prononça en 1903 lors du *Banquet annuel de l'Association Générale des Étudiants de Paris*. Abordant la question des rapports et des conflits éventuels entre la vérité scientifique et la vérité morale – en d'autres termes la justice – Poincaré déclarait ainsi : « *Mais il y a des moments où le conflit devient aigu et où l'on désespère de trouver une solution. De là les violences des passions déchaînées par une affaire récente. Des deux côtés, la plupart étaient animés de nobles intentions ; des deux côtés on défendait un idéal digne de respect et on avait des raisons sérieuses de le croire menacé. Mais c'est justement pour cela que chacun jugeait ses adversaires criminels ; aussi que de haines et que d'injures ! Si jamais devait éclater un autre conflit du même genre, souhaitons que nous soyons plus justes les uns pour les autres* ».

Cette conférence se concluait sur l'idée que vérité morale et vérité scientifique ne peuvent en aucun cas se chevaucher. La morale et la science ont leurs domaines propres qui se touchent mais ne se pénètrent pas. L'une nous montre à quel but nous devons viser, l'autre, le but étant donné, nous fait connaître les moyens de l'atteindre. Elles ne peuvent donc jamais se contrarier puisqu'elles ne peuvent se rencontrer. Il ne peut y avoir de science immorale pas plus qu'il ne peut y avoir de morale scientifique.

Une telle conclusion illustre assez bien la position adoptée par Poincaré : celle d'un refus de juger l'affaire d'un point de vue moral. Afin de détailler le parcours de Poincaré durant l'affaire, je procéderai en plusieurs étapes. Dans un premier temps, je donnerai quelques indications sur le positionnement politique de Poincaré avant l'affaire Dreyfus. Dans un second temps, je tenterai d'expliquer en quelques mots le rôle joué par Alphonse Bertillon dans l'affaire. J'exposerai ensuite les grands moments de l'intervention de Poincaré et je conclurai par quelques réflexions générales sur son positionnement en tant qu'expert.

I. – Un savant modéré

Dans son ouvrage *Souvenirs d'un alsacien*, Paul Appell évoquait ses études en classe préparatoire au lycée de Nancy après la défaite de 1870. Très lié d'amitié avec Poincaré, il passait de longues heures à discuter de politique avec lui : la guerre, la Commune, la libération du territoire d'Alsace-Moselle, les débats de l'Assemblée Nationale, les partis politiques constituent quelques-uns des sujets abordés. Tous deux désiraient que Thiers puisse fonder une République ordonnée et active et ils signèrent même une protestation contre le renversement de Thiers en mai 1873. Poincaré avait été profondément marqué par le siège de Nancy en 1870 et il afficha toute sa vie un patriotisme profond mais ouvert.

Les lettres que Poincaré envoya à sa mère durant ses études à l'École Polytechnique et à l'École des Mines ne contiennent que très peu de commentaires politiques : le choc de l'évasion de Bazaine en 1873 est bien-sûr mentionné, tout comme les risques de nouvelles prétentions allemandes sur le territoire français. Partant en voyage d'études en Autriche-Hongrie en 1877, c'est d'ailleurs un Poincaré triomphant et pince-sans-rire qui vanta les mérites de son expédition, dans un de ces poèmes dont il avait le secret.

Après la période des études viendra celle de la recherche scientifique, et les multiples échanges de lettres qui l'accompagnent. Pourtant, malgré la complicité ou l'amitié qui unissent Poincaré avec certains de ses correspondants (Paul Appell ou

Mittag-Leffler par exemple), il n'y sera quasiment jamais question d'événements politiques : les lois de Jules Ferry sur la gratuité de l'enseignement primaire (1881), la mort de Gambetta (1882), la démission de Jules Grévy après le scandale des décorations (1887), la loi militaire des trois ans (1889) ou le scandale de Panama ne susciteront aucun commentaires de la part de Poincaré et un court poème sur le général Boulanger paraît bien isolé dans les écrits de Poincaré. Jusqu'en 1899, Poincaré sera beaucoup plus préoccupé par ses recherches scientifiques et philosophiques que par les événements politiques et sa correspondance ne contiendra guère que quelques passages laconiques attestant d'un intérêt détaché à leur égard.

Notons cependant que Poincaré s'impliqua dans l'affaire Charles Appell. En 1888, le frère de Paul Appell avait été arrêté à Strasbourg ; la police allemande le soupçonnait d'être responsable d'un réseau d'espionnage en contact avec le chef du bureau de renseignements au ministère de la guerre français. De fait, pendant quelques années, Paul Appell avait été chargé par son frère de poster en France de mystérieuses lettres. Traduit devant la Cour de justice de Leipzig, pour haute trahison envers l'Empire, Charles Appell fut condamné à un an de prison et neuf ans de forteresse. Malgré de nombreuses tentatives, Appell ne parvint pas à le faire libérer. En désespoir de cause et à l'insu de son frère, il envoya donc à l'empereur d'Allemagne, en 1892, une demande officielle de recours en grâce. Cette demande était signée par quelques-uns uns des plus grands noms de la science française : Louis Pasteur, Charles Hermite, Joseph Bertrand et Henri Poincaré. L'empereur ne daigna pas répondre à cette lettre.

D'une manière générale, durant toute sa vie Poincaré demeura assez proche des républicains modérés. Loin de tout militantisme syndical ou politique, loin des passions idéologiques, Poincaré affichait, semble-t-il, un certain scepticisme quant à l'efficacité de l'engagement public. Répondant, en juin 1904, à une enquête de la *Revue bleue* sur « *L'élite intellectuelle et la démocratie* », Poincaré affirmait que l'accomplissement des devoirs des savants vis-à-vis de la chose publique se heurte très souvent à l'incompréhension d'un public enclin à céder aux sirènes de l'irrationalisme. Sur ce point, il savait bien de quoi il parlait puisque, au moment où il répondait à cette enquête, il menait une expertise scientifique dans le cadre de l'affaire Dreyfus et il s'intéressait tout particulièrement au système de Bertillon.

II - Bertillon et l'autoforgerie

La culpabilité de Dreyfus reposait sur un bordereau annonçant l'envoi de documents secrets à l'ambassade d'Allemagne et durant toute l'affaire, l'accusation comme la défense n'eurent de cesse de désigner des experts en écriture afin de déterminer si – oui ou non – l'écriture du bordereau était identique à celle des lettres saisies au domicile de Dreyfus. S'ensuivit une bataille d'experts sur fond d'antisémitisme, de manipulations militaires ou gouvernementales, et de démonstrations "scientifiques".

Cette querelle d'experts est très intéressante dans la mesure où les théoriciens des différents systèmes accusant Dreyfus se placèrent toujours sous la tutelle protectrice de la Science, en affirmant par exemple que les reconstitutions photographiques du bordereau s'apparentaient à de parfaites épures géométriques, en se réclamant du calcul des probabilités ou en mettant en avant la forme purement logique (donc désintéressée) de leurs allégations. Elle pose le problème général de l'expertise scientifique : le critère de scientificité est-il le seul à être pris en compte dans le cadre d'une expertise, ou bien faut-il admettre que des facteurs plus personnels – institutionnels, psychologiques ou sociologiques – entrent en action ? Dans quelle mesure des stratégies de communication peuvent-elles être mises en oeuvre et déterminer la "victoire" d'une expertise sur l'autre ? Cette querelle d'experts est également lourde d'implications épistémologiques dans la mesure où les différents systèmes d'analyse du bordereau qui furent produits véhiculent des représentations particulières de la science.

De 1884 à 1906, pas moins de quarante experts furent officiellement désignés par la justice et ce chiffre est largement en dessous de la réalité puisque certaines expertises se firent en dehors de tout cadre juridique. Le système le plus significatif fut celui forgé par Alphonse Bertillon et c'est par rapport à ce système que Poincaré fut amené à intervenir dans l'Affaire.

Alphonse Bertillon était le fils de Louis Adolphe Bertillon (1821-1883) l'un des premiers membres de la *Société de Statistiques et de la Société d'Anthropologie*, et l'auteur d'importants travaux en démographie. Cependant, bien qu'issu d'un milieu culturellement privilégié, Alphonse Bertillon était loin d'être un élève brillant ; son père l'envoya donc étudier en Écosse, pays où il fut un temps précepteur. En 1879, il entra à la Préfecture de Police de Paris ; son travail consistait à recopier sur des fiches les signalements des détenus arrêtés dans la journée. Trouvant le système défectueux, il conçut très vite une méthode de signalement des individus reposant sur leurs mensurations osseuses. Son système anthropométrique s'avérant très efficace, il fut rapidement adopté en France et sa propagation fut très rapide puisqu'en 1888 les États-Unis adoptaient définitivement le bertillonnage.

Bertillon aurait pu poursuivre sa brillante carrière et entrer dans l'histoire comme l'un des inventeurs de la police scientifique. Beaucoup de dictionnaires ne mentionnent d'ailleurs que cet aspect de sa vie. Malheureusement, il joua également un rôle désastreux durant l'affaire Dreyfus en échafaudant la thèse de l'autoforgerie, théorie qui devint la pièce maîtresse de l'accusation et des antidreyfusards.

Bertillon n'était en aucun cas spécialiste en graphologie ni même en mathématiques, et il ne fut d'ailleurs jamais officiellement désigné comme expert judiciaire. Il fut pourtant amené à intervenir très tôt dans l'affaire. En effet, le 13 octobre 1894, le préfet Lépine lui demanda d'étudier en détail le bordereau et de comparer son écriture avec celle de Dreyfus. Ayant été chargé quelques jours auparavant de procéder à des agrandissements photographiques du bordereau dans les services de l'identité judiciaire, il se mit au travail rapidement et rendit son rapport le lendemain. Ses conclusions étaient relativement prudentes mais envisageaient déjà une piste particulièrement orientée : « *Si l'on écarte l'hypothèse d'un document forgé avec le plus grand soin, il appert manifestement pour nous que c'est la même personne qui a écrit les pièces communiquées et le document incriminé* ».

Une semaine plus tard Bertillon remettait un nouveau rapport qui insistait largement sur l'hypothèse de l'autoforgerie. Il affirmait en effet que l'officier avait, à l'aide d'un procédé millimétrique d'une complexité toute germanique, écrit le bordereau en imitant imparfaitement sa propre écriture et en la mélangeant avec celle de son frère ; son objectif aurait été d'éloigner tout soupçon à son encontre en faisant croire que quelqu'un d'autre avait imité son écriture pour le perdre. En d'autres termes, la thèse de l'autoforgerie postulait que Dreyfus s'était approprié l'arsenal de l'espion et du faussaire en écriture bancaire : son stratagème lui permettait, selon les circonstances, soit de prétendre que la pièce avait été fabriquée, soit de dénier toute ressemblance avec son écriture.

Bertillon fondait sa thèse sur deux constatations essentielles. D'une part, le bordereau était constitué d'un papier pelure presque transparent ; étant donné qu'il n'est guère courant de correspondre sur un tel papier à lettre, il supposait que le choix d'un tel support était motivé par la volonté de s'en servir comme d'un calque. D'autre part, certains mots ou certaines syllabes répétées dans le texte du bordereau semblaient identiques entre eux et pouvaient pratiquement être superposés ; ils paraissaient s'aligner sur une sorte de quadrillage invisible et semblaient obéir à une curieuse loi : leur superposition se faisait toujours avec un recul de 1,25 millimètres ou avec un multiple de cette valeur. Une telle valeur était particulièrement familière des militaires puisqu'elle correspondait au "kutch", une constante permettant de convertir les distances sur des cartes d'État-Major d'échelles différentes.

Poursuivant ses analyses, Bertillon crut pouvoir affirmer que le mot redoublé « intérêt » obéissait presque parfaitement à cette loi "kutchique" : les traits, les espacements ou les courbes avaient tous un rayon mesurable en "kutchs". En conséquence, ce mot devait être le gabarit sur lequel le bordereau avait été calqué. Dreyfus avait selon lui constitué une chaîne formée du mot « intérêt » (*intérêtintérêtintérêt*) répété plusieurs fois et avait ensuite rédigé le bordereau sur du papier pelure en calant chaque mot sur celle -ci. Toutes les similitudes et superpositions se trouvaient donc expliquées dans ce vaste système qui mêlait des mesures très fines effectuées sur des reproductions photographiques bricolées, des calculs de probabilités erronés et des analyses psychologiques puériles.

Bertillon fut amené à intervenir dans la plupart des procès liés à l'*Affaire* : on l'entendit donc à différentes occasions : lors du premier procès de Dreyfus en décembre 1894 ; lors du procès Zola en février 1898 ; lors du procès de Rennes, en août 1899.

Autodidacte de formation, Bertillon n'avait pas fait d'études supérieures mais certaines disciplines scientifiques, comme le calcul des probabilités, exerçaient sur lui une sombre attraction. Probablement en raison des multiples appels aux mesures et aux calculs, le système de Bertillon exerça une attraction incompréhensible sur un grand nombre d'acteurs de l'affaire : l'État-Major militaire salua sa théorie comme l'un des chefs-d'oeuvre de la science moderne ; les juges militaires de Dreyfus, issus pour la plupart de Polytechnique, prêtèrent une oreille plus qu'attentive à un discours utilisant des concepts scientifiques dans lesquels ils avaient été baignés ; enfin, les antidreyfusards virent dans cette théorie l'occasion de donner un contenu "scientifique" à leur discours, non sans une certaine mauvaise foi. La culpabilité de Dreyfus découlait ainsi d'une analyse scientifique menée par un spécialiste incontestable des affaires criminelles. Dans une société en profonde mutation, fortement marquée par la croissance des connaissances scientifiques et facilement tentée par les sirènes du scientisme, on comprend le pouvoir de séduction que parvint à exercer la théorie de Bertillon sur certains*.

[* Au final, ces initiatives malheureuses contribuèrent à établir l'image d'un Bertillon prisonnier de ses propres délires mais parvenant à capter l'attention de certaines oreilles complices. En témoignent ces propos de Maurice Paléologue, à propos de sa déposition au procès de Rennes : « *Ingénieux, savant et d'une probité parfaite, Bertillon ne jouit assurément pas de sa pleine raison. Toute son argumentation n'est qu'un long tissu d'absurdités qui se déduisent les unes des autres, s'enchevêtrent les unes dans les autres, se consolident et se vérifient les unes par les autres. Son vocabulaire semble d'ailleurs extrait d'un grimoire thaumaturgique. Enfin, ses yeux hallucinés, sa voix caverneuse, le sombre magnétisme qui s'exhale de toute sa personne, lui donnent l'air d'un nécromant. Captivés sinon même fascinés par le grand appareil scientifique de sa démonstration, les juges, qui ont tous gardé l'empreinte cérébrale de l'École Polytechnique, l'écoutent dans un recueillement religieux. Des officiers, sortis de Saint-Cyr ou de la troupe, lui prêtent une oreille moins docile. Tandis que Bertillon se démène sur l'estrade comme un exorciste, en déployant devant nous ses dessins fantasmagoriques, je me demande si ce demi-fou n'aurait pas découvert inconsciemment une des lois générales auxquelles obéissent toutes les écritures, par exemple l'automatisme de certains rythmes : sur ce fond de vérité positive, son imagination aberrante se donne libre cours. Tel, un astrologue du XVe siècle qui, dans ses méditations apocalyptiques, aurait vaguement pressenti les lois de Kepler et qui en ferait la base de ses horoscopes* ».]

Malgré les sourires du public et les comptes-rendus amusés de la presse, ces multiples interventions exercèrent une influence non négligeable. Sans-cesse remaniée et remodelée par son auteur au gré de ses dépositions, la théorie de l'autoforgerie fut ainsi reprise et adaptée jusqu'en 1904 par quelques "disciples" plus ou moins fidèles, comme le capitaine Valério, le commandant Corps ou "un ancien polytechnicien", auteur d'une fameuse brochure verte (*Le Bordereau de M. Bertillon et du Capitaine Valério*, 1904). Cependant la communauté intellectuelle et scientifique tenta de mettre un terme définitif à la thèse de l'autoforgerie en démontant ses innombrables défauts et en mettant en évidence le caractère plus que problématique de son utilisation du calcul des probabilités.

III - Poincaré dans l'*Affaire*

Dans son petit livre sur Henri Poincaré, Paul Appell s'exprima sur le positionnement politique de Poincaré : « *H. Poincaré ne s'est jamais préoccupé des conséquences de ses idées : il avait foi dans la puissance de la vérité ; il avait horreur de la politique et de ses préjugés. Il trouvait absurde le système commode qui consiste à regarder comme bon et juste tout ce que fait un parti, mauvais et injuste tout ce que fait le parti opposé. Aussi tous les partis venaient-ils puiser dans sa pensée* ». Ces quelques mots illustrent de manière claire la nature des interventions de Poincaré dans l'affaire.

La mobilisation des mathématiciens se fit globalement sous l'impulsion de personnalités très engagées comme Paul Appell, Paul Painlevé, Jacques Hadamard ou Jules Tannery (dans ses souvenirs, Paul Appell raconte ainsi qu'il fut convaincu de l'innocence de Dreyfus dès 1897 – Picquart était d'ailleurs un ami d'enfance d'Appell). L'intervention de Poincaré fut quant à elle beaucoup plus tardive et beaucoup plus modérée.

Son arrivée dans l'affaire Dreyfus se fit par le biais de l'*Appel à l'Union*, une pétition neutraliste et modérée lancée le 24 janvier 1899 dans *Le Temps*. Cette pétition ne prenait pas parti sur le fond de l'affaire mais enjoignait simplement les Français à se soumettre au jugement de la Cour de Cassation : « *Les soussignés, déplorant les appels répétés à l'illégalité, à la violence et à la haine, persuadés qu'à l'heure présente le devoir de tous les Français est de travailler à la conciliation et à l'apaisement. Également respectueux de la magistrature, gardienne de la justice, sans laquelle aucune société ne saurait subsister, et de l'armée, école de dévouement et de sacrifice, nécessaire à la nation pour la défense de son territoire et de ses droits. Affirmant l'égalité de tous les Français devant la loi, s'accordent pour déclarer que l'agitation actuelle, funeste aux intérêts vitaux de la patrie, ne peut prendre fin que si tous les bons citoyens s'inclinent par avance devant la décision, quelle qu'elle soit, de la Cour de cassation, tribunal suprême du pays* ».

Un tel appel était à cent lieux des pétitions des intellectuels qui avaient fleuri en janvier 1898. La signature de Poincaré se retrouvait aux côtés de celles d'Adolphe Carnot, d'Émile Boutroux, de Jules Clarétie, de Gaston Darboux, de Paul Janet, d'Ernest Lavisse, de Sully Prudhomme, de Raymond Poincaré, de Louis Couturat ou d'André Gide.

En fait, selon les souvenirs d'Appell, quand on sut que Dreyfus avait été condamné sur des documents inconnus de la défense, Poincaré lui avait déclaré à l'Académie des sciences : « *L'énormité de l'accusation a probablement détruit tout sens critique chez les juges* ». Après quoi, il se cantonna dans une réserve absolue, jusqu'à ce que Bertillon en vienne à invoquer quelques mois plus tard le calcul des probabilités. À ce moment, répondant aux sollicitations de Paul Painlevé, il accepta de rédiger une longue lettre critiquant l'utilisation du calcul des probabilités dans le système de Bertillon ainsi que dans celui de son disciple, le capitaine Valério. Cette lettre fut lue par Paul Painlevé lors de sa déposition au procès de Rennes le 4 septembre 1899. Une fois encore elle débutait par une déclaration de principe d'une grande prudence : « *Vous me demandez mon opinion sur le système Bertillon. Sur le fond de l'affaire, bien entendu je me récuse. Je n'ai pas de lumières et je ne peux m'en rapporter qu'à ceux qui en ont plus que moi. Je ne suis pas non plus graphologue, et je n'ai pas le temps de vérifier les mesures. Maintenant, si vous voulez seulement savoir si, dans les raisonnements où M. Bertillon applique le calcul des probabilités, cette application est correcte, je puis vous donner mon avis* ».

Dans cette longue lettre, Poincaré s'exprimait ainsi sur la validité des calculs de probabilités présentés par Bertillon à différentes occasions et il émettait également quelques doutes sur le caractère probant des coïncidences constatées sur les reproductions photographiques du bordereau. Poincaré concluait d'ailleurs par ces mots : « *En résumé, les calculs de M. Bernard sont exacts ; ceux de M. Bertillon ne le sont pas. Le seraient-ils qu'aucune conclusion ne serait pour cela légitime, parce que l'application du calcul des probabilités aux sciences morales est, comme l'a dit je ne sais plus qui* [il s'agit d'Auguste Comte], *le scandale des mathématiques, parce que Laplace et Condorcet, qui calculaient bien, eux, sont arrivés à des résultats dénués de sens commun ! Rien de tout cela n'a de caractère scientifique, et je ne puis comprendre votre inquiétude. Je ne sais si l'accusé sera condamné, mais s'il l'est ce sera sur d'autres preuves. Il est impossible qu'une pareille argumentation fasse quelque impression sur des hommes sans parti pris et qui ont reçu une éducation scientifique solide* ».

À l'issue du procès de Rennes, et après la grâce accordée à Dreyfus, Poincaré retourna pour quelques années à ses activités de recherche et ne porta désormais à l'affaire qu'un intérêt d'ordre personnel. Il demeurait cependant en contact avec quelques-uns des acteurs les plus dynamiques de la révision, qui n'hésitaient pas à le solliciter officieusement pour lui demander conseil concernant la partie scientifique de leur enquête.

Le 23 décembre 1903 Gabriel Monod lui écrivait ainsi pour lui demander son opinion sur une *Étude du bordereau* récemment publiée par le commandant Corps, chef de bataillon du génie à l'État-Major de Paris et camarade de Poincaré à l'École Polytechnique. La théorie de Corps allait dans le même sens que celle de Bertillon mais son argumentation et ses explications psychologiques présentaient des divergences importantes qui rendaient les deux thèses mutuellement incompatibles. Le verdict de Poincaré sur ce sujet comptait beaucoup pour les partisans de Dreyfus puisqu'une rumeur affirmant que les arguments de Corps avaient fini par convaincre le plus grand mathématicien français circulait depuis quelque temps. Poincaré mit rapidement fin à cette situation en répondant personnellement à Corps le 26 décembre 1903. Nous ne possédons pas cette réponse, mais nous avons en revanche deux lettres envoyées par Corps à Poincaré ainsi que deux lettres de Gabriel Monod à Poincaré concernant cette affaire.

Cependant, dans le même temps, les querelles d'experts de diverses obédiences faisaient rage et les déclarations publiques de Poincaré à Rennes servaient à chaque fois de preuve à charge ou à décharge. En 1904 paraissait ainsi une *Brochure verte* écrite par un "ancien élève de l'École Polytechnique" reprenant, en les corrigeant, les calculs de Bertillon. En mars 1904, c'était au tour de Painlevé et Molinier de publier une réponse à cette brochure.

Suite aux pressions de Henry Mornard, avocat de Dreyfus, et de Painlevé, Poincaré prit finalement une part active à l'enquête de la Cour de cassation sur la demande en révision de Dreyfus. Mornard lui avait ainsi écrit dans une lettre du 11 avril 1904 : « *En ce qui concerne Bertillon et ses coopérateurs anonymes, j'avais pu établir* *que leur prétendue démonstration était inopérante pour prouver la culpabilité de Dreyfus ; mais je ne pouvais avec mes faibles ressources faire ressortir la faiblesse même de l'argumentation scientifique* (!) *de mes adversaires* ».

Poincaré accepta finalement de rédiger, conjointement avec Gaston Darboux et Paul Appell (respectivement secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences et doyen de la Faculté des sciences de Paris), un rapport d'enquête intitulé « *Examen critique des divers systèmes ou études graphologiques auxquels a donné lieu le bordereau* ». Les trois experts prêtèrent serment le 20 avril 1904 et les auteurs des différentes études furent entendus les jours suivants. Entre le 17 mai et le 26 juin, des mesures du bordereau *original* au millième de millimètre furent réalisées à l'Observatoire de Paris par Lœwy, Puiseux et Le Morvan à l'aide d'un macro-micromètre. Les calculs de probabilités furent minutieusement vérifiés à partir de ces mesures.

Selon Appell, pendant toute la durée de l'expertise, Poincaré montra une certaine impatience provenant de ce que les questions qui lui étaient soumises étaient trop élémentaires. Rédigé par Poincaré, le rapport fut remis à la Cour de cassation le 20 août 1904. Ses conclusions mettaient dos à dos les personnalités plus ou moins extravagantes qui avaient abusé de la crédulité du public en forgeant des théories abracadabrantes. Les systèmes de Bertillon, Valério et Corps étaient ainsi rejetés sans appel en raison des multiples erreurs qu'ils contenaient (mesures et calculs effectués à partir d'une reconstitution bâclée du bordereau, arguments psychologiques enfantins, construction de théories absurdes ou fantasmagoriques, etc.).

Le rapport se terminait par quelques remarques cinglantes : « *Ce que nous venons de dire suffit pour faire comprendre l'esprit de la "méthode" de M. Bertillon. Il l'a lui-même résumé d'un mot :* "quand on cherche, on trouve toujours". *Quand une coïncidence est constatée, c'est une preuve accablante ; si elle fait défaut, c'est une preuve plus accablante encore, car cela prouve que le scripteur a cherché à détourner les soupçons. On ne s'étonnera pas des résultats qu'il a obtenus par cette méthode. La naïveté avec laquelle il en a dévoilé les secrets porterait à croire à sa bonne foi. En résumé, tous ces systèmes sont absolument dépourvus de toute valeur scientifique : (1) parce que l'application du calcul des probabilités à ces matières n'est pas légitime ; (2) parce que la reconstitution du bordereau est fausse ; (3) parce que les règles du calcul des probabilités n'ont pas été correctement appliquées. En un mot parce que les auteurs ont raisonné mal sur des documents faux* ».

IV - Pour conclure

Les conclusions du rapport mettent en évidence les sérieuses négligences méthodologiques et épistémologiques de Bertillon et de ses disciples. Cependant, au-delà de cet aspect essentiel – qui concerne spécifiquement les contenus scientifiques – il est indéniable que l'expertise menée par Appell, Darboux et Poincaré fonctionna également sur un mode extra scientifique. Le rapport rendu à la Cour de Cassation illustre le poids accordé à la provenance institutionnelle et à l'autorité des experts : leur rayonnement scientifique, leur renommée nationale et internationale, leur appartenance à diverses académies concoururent certainement autant à réhabiliter Dreyfus que le contenu du rapport lui-même. On peut en trouver un indice dans les propos tenus par le Procureur général Baudouin dans son réquisitoire en 1906 : « *On prétendait transporter la lutte sur le terrain scientifique mathématique. Que les maîtres en cette science soient donc appelés à nous dire ce qu'ils pensent de la science de M. M. Bertillon et consorts, de leurs calculs, de leurs déductions ! Elle a chargé de cet examen trois principaux membres de l'Institut.* […] *Elle a remis à ces savants,* devant qui tous s'inclinent dans le monde entier, et qui sont l'honneur de notre pays, *tous les documents, leur a permis de s'entourer de tous les renseignements, d'entendre tous témoins, de procéder à toutes vérifications. C'est leur travail, Messieurs, que nous vous apportons, que nous vous* *soumettons. Qui donc osera encore élever le moindre doute ?* ».

On peut donc légitimement se demander si le rôle de Poincaré et de ses collègues n'a pas été de fournir une justification scientifique, une caution d'autorité indubitable, à des décisions politiques. Sur ce point, il me semble que l'on trouve dans cet épisode un certains nombre de traits symptomatiques des problèmes posés actuellement par la notion d'expertise scientifique. En effet, comme le remarque Philippe Roqueplo dans un ouvrage récent (*Entre savoir et décision, l'expertise scientifique*, 1997), la connaissance délivrée par l'expert scientifique n'a pas le statut d'une connaissance scientifique ; c'est au contraire une connaissance destinée à être intégrée à un processus de décision et qui, en tant que telle, oblige l'expert à transgresser les limites de son propre savoir. Or sur ce point, les réticences de Poincaré à se prononcer sur le terrain moral pourraient être lues comme le refus de transgresser les limites de son savoir mathématique.

Pour terminer, tentons de caractériser l'engagement de Poincaré. Dans un article récent, Antoine Prost définissait l'engagement à travers quelques caractéristiques essentielles : l'engagement est d'abord personnel, dans la mesure où c'est soi-même que l'on engage, et non les autres. Il s'agit d'un acte comportant des conséquences durables, qui ne sont pas forcément anodines. Par ailleurs, tout engagement a un coût et implique, dans une certaine mesure, la perte d'une part de sa liberté. Enfin, l'engagement est avant tout public et revêt le plus souvent une dimension solennelle et officielle (communiqué de presse, signature de pétition, …).

Au regard des points que nous avons étudiés, la question qui se pose est la suivante : Poincaré peut-il être considéré comme un *intellectuel engagé* au sens moderne du terme ? Il semble bien que cette question appelle une réponse négative. Il serait pour le moins excessif d'affirmer que l'engagement fut la caractéristique essentielle de l'activité intellectuelle de Poincaré. Ce que nous avons décrit, ce sont principalement des engagements publics ponctuels, répondant manifestement à des sollicitations extérieures ; ce sont des tentatives pour introduire un semblant de rationalité scientifique au sein de débats dotés d'une forte charge idéologique et passionnelle ; ce sont des tentatives pour "gommer" la dimension politique et idéologique de la prise de parole publique. En somme, on pourrait se demander si la position poincaréienne concernant l'engagement public ne s'apparente pas à une forme de *refus d'engagement.*

*

*   *

Ernest COUMET : *La théorie du hasard est-elle née par hasard ?*

Article paru dans les *Annales Economies. Sociétés. Civilisations,*
année n°25 – n°3 – mai/juin 1970, pp. 574-597.
Extraits, pp. 574-585.
Les notes conservées sont de l'auteur ;
elles ont été réindexées dans le fil de celles de ce fascicule.

Pp. 574-5.

« Un problème relatif aux jeux de hasard, proposé à un austère janséniste par un homme du monde, aura été à l'origine du calcul des probabilités. » Ce qu'a de piquant la rencontre de Pascal et du chevalier de Méré invite au mot d'esprit : on n'a pas manqué de la célébrer comme une heureuse chance. N'est-il pas merveilleux qu'un mathématicien de génie se soit trouvé là au bon moment pour répondre aux devinettes d'un joueur ? Et qu'il ait tiré parti de cette »occasion » pour créer une nouvelle science ? Même Cournot, si sobre d'habitude, se laisse aller à un faire un jeu de mots ; mais on sera peut-être encore plus surpris par les jugements dont il l'accompagne. S'il a fallu attendre Pascal pour que soit fondée la théorie mathématique du hasard, « ce retard même est un pur effet du hasard, puisque rien ne s'opposait à ce qu'un Grec de Cos ou d'Alexandrie eût pour les spéculations sur les chances le même goût pour les spéculations pour le cône ». Alors que l'invention du calcul infinitésimal ou de la mécanique rationnelle ne pouvaient « venir qu'après une longue élaboration scientifique », l'esprit subtil des Grecs aurait très bien pu résoudre les problèmes qui avaient piqué la curiosité de Pascal et de Fermat. Tout à l'inverse, on a pu dire récemment qu'il avait fallu attendre l'avènement de la moderne Théorie des Jeux pour que la découverte de Pascal apparaisse sous son véritable jour. L'ouvrage de Von Neumann et de Morgenstern : *Theory of Games and Economic Behaviour* a marqué une date dans les sciences humaines ; malgré les apparences, il ne s'agissait ni d'une théorie particulière, ni même d'un instrument mathématique inédit offert aux seuls économistes ; conjointement avec les théories de la Décision Statistique fondées par Neyman et Wald, la théorie des jeux ouvrait la voie à une nouvelle manière d'aborder les problèmes, un nouveau mode de pensée ayant pour thème essentielle l'organisation rationnelle de l'action humaine. […]

P. 575.

Si la théorie de la décision et les disciplines qu'elle inspire veulent renouer avec leur véritable tradition, elles doivent rendre hommage à leur véritable fondateur : Pascal. *Le problème des partis*, poursuit G.-Th- Guilbaud, est un problème de décision : les règles du jeu ont prévu toutes les issues finales possibles ; on saura donc répartir les enjeux lorsque la partie sera terminée ; mais si on l'interrompt avant son terme, comment se fera le partage ? Il faudra alors trancher un cas qui n'a pas été explicitement prévu ; donc prendre une décision. Pour ce faire, il faudra savoir mesurer les probabilités. […]

Pp. 576-7.

[…] Aussi chercherons-nous à déterminer si ce qui n'est apparemment qu'un petit « problème », au sens où l'entendent les mathématiciens, ne s'inscrit pas en fait dans une problématique beaucoup plus large.

1. – Équité et sorts diviseurs

L'« *Usage du triangle arithmétique pour déterminer les partys qu'on doit faire entre deux joüeurs qui joüent en plusieurs parties* »[3] est un texte surprenant de jeunesse. Aucune considération étrangère ne vient troubler la rigueur de la démonstration ni même la sobriété de l'énoncé. Aucune remarque sur la portée de la découverte qui y est exposée et que Pascal lui-même avait qualifiée de « stupéfiante » dans l'« *Adresse à l'Académie Parisienne* ». Encore moins de dissertation sur la fortune, comme c'est le cas chez Cardan, un des prédécesseurs de Pascal. Tout dans cet exposé est nécessaire ; et rien de ce qui suffit pour venir à bout de la solution n'y est omis : loin de dissimuler sa méthode ; Pascal la réduit à ses « principes ». En tête de sa démonstration, il forme même le cas « trivial », car dit-il, il faut « commencer par le commencement »[4] : c'est, à s'y méprendre, le ton de nos modernes bourbakistes. Et un souverain « à l'infiny »[5] achève de nous persuader qu'au fond, il importe peu qu'il soit de partis et de joueurs : cet « *Usage* » illustre parmi d'autres la puissance de cette merveilleuse machine à penser qu'est le Triangle Arithmétique.

Dès lors, la manière dont traditionnellement on présente l'origine du calcul des probabilités ne surprendra pas. Puisqu'il s'agissait d'un problème bien défini, on a cherché et on a trouvé quelques précurseurs : ils avaient échoué. Pascal et Fermat ont fait ce qu'on attend de grands esprits : ils ont trouvé la solution. Ils l'ont même fait si bien qu'ils ont préservé leur problème de la curiosité des historiens ; ces derniers n'ont pas songé à lui attribuer d'autre fonction que d'avoir servi d'exercice, de prétexte.

Réduit ainsi à sa plus simple signification, il semble surgir de presque rien. « Hasard historique », dit Cournot. On ne se demandera pas ici s'il faut ajouter au crédit de la subtilité grecque une découverte qu »'elle aurait pu faire » ; rien, au demeurant, n'est plus difficile à réfuter que ce genre d'uchronie. Mais on admettra avec beaucoup plus de réticence que des problèmes géométriques et des problèmes faisant intervenir le hasard puissent être dits de difficulté égale : la difficulté n'est pas dans les deux cas de même nature. Il n'a pas fallu moins d'une profonde modification de la Logique aristotélicienne pour que se développe l'analyse combinatoire[6]. […]

Pp. 578-584.

Nous n'avons pas à nous soucier ici de l'aspect moral du problème ; mais ne se pourrait-il pas que la « loi volontaire » dont parle Pascal, soit conceptuellement assez proche de conventions qui, selon les casuistes, relevaient du Droit Naturel ?

À considérer d'assez haut une évolution pleine de détours, on peut dire que la licéité des jeux de hasard fut établie grâce à une double opération : d'une part, les sorts diviseurs se virent complètement dissociés des autres types de sort, et tout caractère surnaturel leur fut ôté ; et d'autre part, c'est à eux seuls qu'on s'efforça de rattacher les jeux de hasard.

Saint Thomas avait déjà signalé en passant le cas où, lorsqu'on use de sorts diviseurs, ce n'est pas de Dieu qu'on attend le résultat, mais simplement du hasard. Il ne condamne pas un tel usage, mais le soupçon qu'il laisse planer sur lui, en disant

3 *Œuvres de Blaise Pascal*, publiées dans l'ordre chronologique…, par L. Brunschvicg, P. Boutroux et F. Gazier. 14 vol., Paris, 1908-1914 (Collection des Grands Écrivains de la France), t. 3, pp. 478-503. Pour désigner cette édition, nous utiliserons l'abréviation *G.E.*

4 *G.E.*, III, p. 482.

5 *G.E.*, III, p. 485.

6 « Le calcul des combinaisons est significatif pour la science mathématique du XVII^e siècle : il exige la légitimation d'un calcul des relations comme un calcul des objets, et en conséquence un triomphe sur la logique antique qui n'accepte rien que sujets et prédicats. » (Joachim-Otto FLECKENSTEIN, « Petrus Ramus et l'Humanisme balois », in *La science au seizième siècle*, Colloque de Royaumont, juillet 1957, Paris, Hermann, Coll. « Histoire de la Pensée », 1960, p. 120).

qu'il n'y a peut-être pas d'autre mal à cela que « peut-être d'agir en vain »[7], fera que des moralistes rigoureux vont – jusqu'au XVIII^e^ siècle – en tirer argument contre les jeux de hasard. Tout au contraire, les casuistes vont en tirer le plus grand parti de la possibilité qu'avait laissé entrevoir saint Thomas : s'en remettre au sort, est parfois le moyen le plus naturel de procéder à un partage ; ils dénombreront les cas où, dans la vie de tous les jours aussi bien que dans les institutions politiques, il est effectivement d'usage de procéder de cette façon ; en mettant en relief le caractère impartial des décisions obtenues, ils iront même plus loin : bien user des sorts diviseurs, c'est mettre en pratique une vertu morale. Un texte de Saint Augustin leur sert ici de garant, texte que saint Thomas avait cité pour légitimer des cas où il est permis d'implorer le jugement de Dieu, mais qu'ils entendront tout différemment[8] : ils en retiendront l'idée qu'en certaines occasions, recourir au sort, c'est exercer la vertu de justice. Il s'agit d'un passage du *De Doctrina christiana*. Nous devons certes, dit saint Augustin, un égal amour à tous les hommes, mais il est impossible de leur faire du bien à tous ; aussi faut-il surtout nous employer pour les personnes qui, selon les contingences de temps ou de lieu, nous sont plus étroitement unies, « comme par un choix du sort ». « Supposons, par exemple, que tu aies une chose en superflu. Il faudrait la donner à qui n'en n'a pas. Mais tu ne peux la donner à deux. Or si deux personnes se présentent dont aucune ne l'emporte sur l'autre, soit par le besoin, soit par un lien d'amitié avec toi, feras-tu rien de plus juste, que de choisir par le sort ; celle des deux à qui tu dois donner ce que tu ne peux donner à l'une et à l'autre. »[9] […] Sans doute ce procédé n'est juste que dans des conditions bien déterminées : ainsi, des élections ne pourront être effectuées par un tirage au sort qu'entre des personnes dont le mérite aura été reconnu égal. Il n'en reste pas moins qu'un renversement significatif s'est opéré ici en faveur des sorts diviseurs : non seulement ils sont considérés, selon une expression qu'utilisera La Placette, comme des « sorts naturels », ou des « sorts humains », mais ils servent de fondement à des conventions équitables.

C'est de ce renversement que bénéficieront les jeux de hasard lorsqu'on les classera sous la rubrique de tels sorts diviseurs. Cette nouvelle classification ne se réduisait pas elle-même à un pur changement d'étiquette : elle ne présuppose rien moins qu'une nouvelle conception du contrat et de la propriété. Il fallait faire admettre qu'il est permis, selon le droit naturel, d'exposer un bien au hasard, et que le transfert de propriété qui a pour seule cause l'arrivée d'un événement fortuit a un fondement juridique solide. C'est en déplaçant la question vers le caractère équitable de ces conventions particulières propres aux jeux, que les casuistes vont justifier ces thèses. Il est établi que du point de vue moral, un des caractères essentiels auxquels doit répondre un jeu, quel qu'il soit, est que des joueurs doivent être dans des « conditions égales ». Cette égalité est commandée par la justice ; or cette restriction peut, aux yeux de ceux qui croient que le fondement d'un contrat réside dans la volonté des contractants, servir de base à une convention équitable où se balancent risques et avantages.

[…] Les jeux de hasard constituent une espèce de ce qu'on appellera les *contrats aléatoires* ; ils reposent sur des conventions volontaires d'après lesquelles la

---

7 Saint Thomas vient de dire, après avoir écarté l'influence des astres, que le résultat du sort ne peut être attendu que du hasard ou d'une influence spirituelle qui en dirige le cours : […] (*Somme Théologique. La Religion.* tome deuxième, 2^a^-2^ae^, qustions 88-100, traduction française et notes par I. Mennessier, Desclée & Cie, Paris, Tournai, Rome, 1953, pp. 238-239.).

8 *Op. cit.*, p. 242.

9 *De Doctrina christiana*, L. I. chap. XXVIII, 29 (*Œuvres de saint Augustin*, II, 1re série, *Opuscules* II, Le Magistère chrétien. Texte de l'édition bénédictine, traduction et notes de M. le chanoine G. Combes et de M. l'abbé Farges, Paris, Desclée de Brouwer, 1949, pp. 215-216.).

possession du bien dépend du résultat incertain de la fortune, et qui, pour être légitimes, doivent répondre à certaines conditions d'équité.

« Mais, comme c'est une loi volontaire, ils peuvent rompre de gré à gré… » ; « l'argent que les joueurs ont mis au jeu ne leur appartient plus… ». Pour aussi cursives qu'elles soient, les remarques que nous venons de faire, ne donnent-elles pas à ces phrases de Pascal une résonance toute particulière ? Sans doute, Pascal ne pose-t-il pas le problème de la licéité des jeux de hasard : ce problème est naturellement mis entre parenthèses, du fait que l'activité de jeu se propose à lui, mathématicien, comme un objet de réflexion, un donné sur lequel il n'a pas à porter de jugement de valeur. Mais la neutralité scientifique rencontre ici d'autres limites : cette activité ne peut être réduite d'emblée en termes purement mathématiques. Or il se trouve que pour formuler son problème, Pascal emploie des expressions, utilise des notions, qui sont celles-là mêmes qui avaient été exploitées , et certaines même créées, qui avaient cherché à prouver que les jeux de hasard étaient des conventions sur lesquelles devaient régner la justice. On pressent dès lors les prolongements que l'on pourrait donner à cette remarque faite par Alexandre Koyré au congrès de Royaumont de 1954 : « Dans la question des partis intervient le droit du joueur à l'enjeu. Fermat était un juriste et Pascal vivait dans un entourage de juristes et je pense que ce fait les a rendus plus sensibles à cet aspect du problème dans lequel Galilée n'a vu qu'un simple problème de combinatoire. »[10] Qu'on nous entende bien : il ne s'agit pas d'interpréter brutalement en termes d'influences le rapprochement que nous venons de faire entre le langage de certains juristes (ce mot fera moins peur et sera au demeurant, plus juste que celui de casuistes…) et celui de Pascal. On peut en tout cas affirmer que de part et d'autre, les concepts sous lesquels sont subsumés, les jeux de hasard sont identiques. Bien plus : les moralistes qui essayaient de déterminer les conditions que doit remplir un jeu pour être équitable, se situaient par-delà les convoitises et les antagonismes des joueurs ; le mathématicien qui veut calculer la « distribution juste » ne fait que reprendre avec plus de rigueur la même attitude : il est l'arbitre.

2. – Le droit et les événements casuels

Après en avoir examiné l'aspect contractuel, tournons-nous maintenant vers le second élément des sorts diviseurs et des jeux de hasard : la « fortune ». Ce qu'elle décide ne relève d'aucune volonté particulière de Dieu, et elle n'a rien de commun avec la déesse Fortune qui eut sous de multiples formes, tant d'adorateurs au temps de la Renaissance. Elle ne distingue pas les individus qui seraient par essence plus « heureux » que d'autres. Si les conventions qu'on fait reposer sur ses résultats sont justes, c'est précisément parce qu'elle est indifférente. Elle se caractérise par son incertitude. Elle ne diffère donc en rien de ce que les logiciens appellent précisément « fortune » : il n'y a aucune différence de nature entre les événements qui se produisent au cours d'un jeu de hasard et ce qu'on appelle plus généralement les événements contingents. Ce rapprochement nous semble d'autant plus intéressant qu'il s'effectue chez nos auteurs sans référence à une réflexion sur la nature des instruments aléatoires[11] : les deux domaines ont ceci de commun que l'homme doit

---

[10] Au cours de la discussion faisant suite à sa conférence sur « Pascal savant » (in *Blaise Pascal, l'homme et l'œuvre*, Cahiers de Royaumont, Philosophie n° 1, Les Éditions de Minuit, 1956, p. 291.).

[11] […] Dans l'*Adresse* à l'*Académie Parisienne*, Pascal emploie la même expression [que Domingo de Soto, cité en latin dans un passage non reproduit de l'article] d'*anceps fortuna* [*fortune incertaine* ou *hasardeuse*], et écrit plus loin : [*En effet, les événements ambigus du sort sont fort justement attribués à une contingence fortuite plutôt qu'au mérite d'une nécessité naturelle*.] (*G.E.*, III, p. 307.). [Les traductions françaises des passages en latin, entre crochets, sont de l'éditeur, J.-P. L].

s'y accomoder du même type d'incertitude. Aussi, pour lever les accusations portées contre les jeux de hasard, suffira-t-il de citer des cas où intervient la fortune, et qui pourtant ne sont pas condamnés. Les docteurs s'accordent à trouver licites les contrats d'assurance ; qu'ils soient logiques avec eux-mêmes ! Un signe tout matériel nous apprend comment, sous la catégorie de l'incertain, les jeux de hasard étaient venus se juxtaposer à d'autres activités humaines où l'*aléa* au sens strict n'avait pas sa place. Dans les traités *De Justitia* et *Jure*, les chapitres sur les paris, les jeux de hasard, les contrats d'assurance, les rentes viagères, se trouvent souvent les uns à la suite des autres.

Transportons-nous maintenant par la pensée au début du XVIII^e^ siècle, et ouvrons la *Dissertatio inauguralis mathematico-juridica de usu artis conjectandi in jure*, publiée en 1709 par Nicolas Bernou[i]lli : nous y trouvons des rubriques semblables. Dira-t-on, comme on le fait couramment, qu'il a « appliqué » le nouvel art à des matières juridiques ? Ne serait-il pas plus exact de dire que si cette application a été possible, et si elle s'est présentée naturellement à l'esprit de Leibniz, Montmort, Jacques Bernoulli, … c'est que les juristes leur avaient préparé de longue date la voie ?

Leibniz a proclamé que c'est chez les jurisconsultes qu'il avait trouvé des modèles de Logique en ce qui concernait les questions contingentes[12]. Dans le *De Conditionibus*, publié en 1665, il avait en quelque sorte formalisé la théorie juridique de la « condition », et, avant même d'avoir acquis une formation mathématique, il avait à cette occasion, entrevu les principe du calcul des probabilités[13]. Cet exemple illustre permet déjà de penser que la réflexion juridique avait procédé à une conceptualisation des situations d'incertitude. Le contraire serait surprenant : l'entreprise gigantesque de codification que représente le droit romain ne pouvait pas ne pas les avoir rencontrées. […] Or, du fait d'une évolution aussi bien économique qu'idéologique, ce sont précisément certaines de ces notions qui vont, déjà au Moyen Âge, mais surtout à la Renaissance, prendre une place de plus en plus importante. Ainsi, la notion de risque est au centre même des discussions sur l'usure. Assez tôt, on avait admis que dans un contrat de société celui qui confie une somme d'argent à un marchand (sans lui céder la propriété, de sorte qu'il participe à l'entreprise à ses risques et périls), a le droit de réclamer une part du bénéfice. […] À vrai dire, il faudra bien du temps et bien des détours pour que soient admises comme non usuraires certaines pratiques ; l'on sait à quelles argumentations tortueuses se livreront les casuistes pour légitimer des contrats réprouvés par la doctrine traditionnelle : elles ont été violemment stigmatisées dans les *Provinciales*. Mais précisément, faut-il ne voir dans la casuistique qu'une oeuvre diabolique destinée à favoriser l'esprit de lucre ? Dans de nombreux domaines, sa tâche fut en fait de codifier des situations nouvelles. L'« aventure » avait pris de plus en plus d'importance avec le développement du grand commerce ; les techniques financières, avec en particulier, l'extension de la lettre de change, s'étaient perfectionnées ; alors que les scolastiques refusaient d'admettre que la durée ait une influence économique pouvant fonder une différence de prix, il était manifeste, le volume et la complexité des échanges s'étant très nettement accrus, qu'on pouvait tirer profit de la différence des temps et des lieux. Pour assigner des règles à ces opérations d'un nouveau type, la théorie des contrats devait s'assouplir et tenir compte du rôle de plus en plus grand des éléments « casuels ». Si l'on songe que la passion du jeu est « un des comportements collectifs typiques de cette époque », on pourra se demander avec P. Jeannin, si elle ne nous indique pas un trait significatif de la mentalité du marchand du XVI^e^ siècle : « Le développement de la spéculation

12 Cf. Louis COUTURAT, *La Logique de Leibniz d'après des documents inédits*, Paris, Alcan, 1901, p. 241.
13 *Op. cit.*, note V, pp. 552-554.

trop souvent présenté comme un trait de modernité, se rattache en fait à la présence du hasard, du jeu, au coeur même des affaires, sous des formes que le XVIe siècle hérite du Moyen Âge »[14]. Par ailleurs, l'incertitude des communications, les « périls et fortune de mer »…, vont susciter des institutions destinées à réduire la dépendance de l'homme « à l'égard des aléas du monde ». Ainsi les contrats d'assurance vont se répandre concurrement au système beaucoup plus ancien du prêt à la grande aventure. […]

[…] cette rationalité va se manifester dans une comptabilisation originale : celle qui concerne l'évaluation des « risques » et des « espérances ». Ainsi pour déterminer la manière dont les contractants qui forment une Société doivent se partager les bénéfices[15], il sera nécessaire de distinguer les différents types de contrats selon les risques courus soit par celui qui apporte le travail ou la peine, soit par celui qui apporte le Capital, et établir les règles selon lesquelles doivent se combiner ces différents éléments. Avec ces problèmes de partage, nous ne sommes pas loin du problème des partis.

[…] Avant même que Pascal ait eu à en traiter, s'était constitué un champ notionnel bien défini dont le thème constitutif était : l'homme face à l'incertain. Et corrélativement, s'ébauchaient des méthodes plus efficaces d'organisation, une comptabilité d'un nouveau genre qui appelait en quelque sorte un calcul plus élaboré.

3. – Avenir défuturisé et science de l'action

Mais qu'avons-nous gagné en fait à établir ce contexte ? Chacun sait que les sciences prennent germe dans un état préscientifique ou une intelligence à courte vue était encore à l'école, et résolvait à tâtons, dans une perspective utilitaire, des problèmes particuliers. Mais, pour être géomètre, le géomètre doit oublier qu'il a été arpenteur. Le probabiliste et le statisticien sérieux ne doivent-ils pas de la même façon quitter la table des jeux ?

Si le calcul des probabilités ne trouve sa forme vraiment positive que dans l'« analyse statistique », s'il ne s'accomplit qu'avec les progrès de la mécanique statistique, alors le caractère « pratique » de ses origines est une tare qu'il faut de toute force effacer. C'est exactement ce qu'affirme Brunschvicg, avec la plus grande vigueur dans *L'Expérience humaine et la causalité physique* : « le calcul des probabilités est entré dans l'âge positif le jour où s'est fait le départ entre les méthodes générales de relations qui caractérisent ce calcul et le caractère particulier, je dirais volontiers pittoresque, des problèmes auxquels ces méthodes avaient d'abord été appliquées »[16]. […]

[…] De fait ce qui lui semble essentiel dans cette méthode, c'est que l'avenir y apparaît « comme *défuturisé*, le hasard comme *déprobabilisé* »[17]. Si la partie avait poursuivi son cours normal, on aurait vu « le hasard à l'œuvre dans le sens du *plus* ou *moins* probable », il y aurait eu des gagnants et des perdants. Par contre, pour répartir les enjeux quand la partie a été interrompue, il ne faut retenir du hasard que l'idée abstraite et intemporelle. « On ne spécule plus sur l'avenir ; on supprime l'avenir en le rabattant en quelque sorte sur le plan du présent ; le coefficient d'incertitude qui s'attache au hasard du jeu, transformé en une espèce de matière inerte et fixe, devient l'objet d'un calcul certain, qui coupe court à toute espérance

14 Pierre JEANNIN, *Les Marchands au XVIe siècle*, Éditions du Seuil, 1963, p. 127.

15 Nous aurons l'occasion de citer plus loin un texte de Lessius relatif à cette question.

16 *L'expérience humaine et la causalité physique*, Paris, P.U.F., 1949, p. 358.

17 *Op. cit.*, p. 355.

comme à toute crainte de la part de chaque joueur, à toute contestation entre les adversaires. »[18]. À première vue, l'analyse est irréprochable. Lorsqu'on dénombre les différentes possibilités et qu'on se représente ce qui pourrait arriver, il est vrai qu'on « défuturise » l'avenir. L'ambition de l'arbitre qui doit fixer les paris est bien, par ailleurs, de fonder sa réponse sur un calcul certain. Si l'on entend par là que les joueurs vont effectivement s'approprier la somme qu'on leur attribue, on admettra qu'il coupe court à leurs espérances et à leurs craintes. Mais à s'attarder sur le moment du partage, on oublie la clause fondamentale qui en fait l'équité : « … le règlement de ce qui doit leur appartenir doit estre tellement proportionné à ce qu'ils avaient droit d'espérer de la fortune, que chacun d'eux trouve entièrement égal de prendre ce qu'on luy assigne ou de continuer l'aventure du jeu… »[19]. Cette proportion une fois établie, un troisième joueur pourra, en toute équité, remplacer en cours de partie un de nos deux joueurs, en achetant au juste prix son « droit d'espérer ». Celui qui quitte la partie n'a plus à espérer ni à craindre, mais il n'en va plus de même pour son remplaçant… Ce n'est donc pas dans la « défuturisation » de l'avenir que réside le point essentiel de la méthode. Une fois qu'il dispose de la règle des partis, l'arbitre peut changer de fonction. Il peut troquer son rôle de Salomon pour celui de Conseiller du Prince : au joueur qui se trouve dans un avenir incertain, il peut prescrite la meilleure conduite. La règle des partis est en même temps une *règle des paris*. […]

P. 585.

[…] On voit bien comment on peut être conduit à ne retenir dans la méthode pascalienne que le triomphe de la certitude. […]

[…] Enfin, par le fait même que l'infini intervient dans le calcul, on peut avoir l'impression que dans le texte du Pari, Pascal poussi si loin la passion de démontrer qu'il ôte tout sens à la condition même qui donnait lieu au problème : « c'est une spéculation qui supprime le risque »[20]. […] L'incertitude concerne ici le faire et non le connaître. Cette distinction a été faite par ceux qui ont vu que dans la partie mathématique du fragment « Infini-rien », Pascal se proposait de faire adopter au libertin une attitude avantageuse. « L'objet du pari n'est pas d'amener l'incrédule à croire en Dieu, mais bien de le conduire à se comporter comme s'il y croyait et par conséquent à se conformer au genre de vie du chrétien. »[21] Leibniz l'avait déjà nettement affirmé : « ce raisonnement ne conclut rien de ce qu'on doit croire, mais seulement de ce qu'on doit faire. »[22] […]

*

* *

18 *Op. cit.*, p. 355.

19 PASCAL, *G.E.*, III, p. 478.

20 *Op. cit.* [J. GUITTON, *Pascal et Leibniz. Étude sur deux types de penseurs*, Paris, Aubier, 1951], p. 64.

21 Roger-E. LACOMBE, *L'apologétique de Pascal. Étude critique*, Paris, P.U.F., 1958, p. 73.

22 LEIBNIZ, dans une lettre au duc Jean-Frédéric de Hanovre, vers 1678. (*Allgemeiner Politischer und Historischer Briefwechsel*, Darmstadt, 1927, t. II, p. 112.).