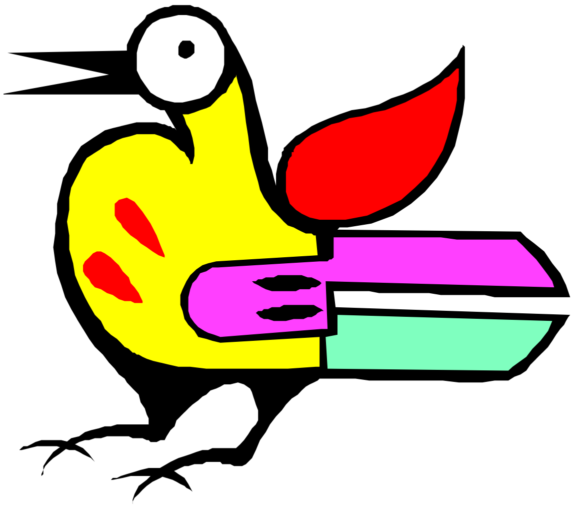
I.R.E.M. de Basse-Normandie Université de Caen

France



La maison des quadrilatères

Classer et reconnaître les quadrilatères

à l'aide d'un système articulé

La casa de los cuadriláteros

Clasificando y reconociendo los cuadriláteros

con ayuda de un sistema articulado

Danielle Salles-Legac

Publication Mars 2008 Mise en ligne Septembre 2014

Introducción

Les presentamos, en las páginas que siguen, una actividad de clasificación de los cuadriláteros con ayuda de un sistema articulado muy simple, constituido por cuatro bandas que representan, o sea los lados del cuadrilátero, o sea sus diagonales.
Introducimos allí, según la petición del ministerio, la noción de cometa, distinguiendo, según la recomendación de Nadine Gérard, docente de colegio (*) la noción de la cometa isósceles de la noción general, precaución que nos parece útil.

El texto en español se encuentra sobre las páginas pares y el texto en francés sobre las páginas impares de tal modo que el profesor pueda fotocopiar el texto en la lengua de su elección para distribuírsela a los alumnos. Desde luego, el texto en español es un ejemplo (escrito initialmente para América del Sur, puede contener localismos indeseables) y podrá ser modificado así por el profesor.

Introduction

Nous vous présentons, dans les pages qui suivent, une activité de classement des quadrilatères à l'aide d'un système articulé très simple constitué de quatre barrettes représentant, soit les côtés du quadrilatère, soit ses diagonales.

Nous y introduisons, suivant les instructions du ministère, la notion de cerf-volant, en distinguant, selon la recommandation de Nadine Gérard, professeur de collège (*) la notion de cerf-volant isocèle de la notion générale, précaution qui nous parait utile.

Le texte en espagnol se trouve sur les pages paires et le texte en français sur les pages impaires de telle sorte que le professeur puisse polycopier le texte dans la langue de son choix pour la distribuer aux élèves. Bien entendu, le texte espagnol est un exemple (écrit à l'origine pour l'Amérique du sud il peut contenir des idiotismes indésirables) et pourra être ainsi modifié par le professeur.

(*) « L'introduction du cerf-volant dans le programme de sixième… » Bulletin A.P.M.E.P. n°473

Clasificando los cuadriláteros con ayuda de un sistema articulado:
“la casa de los cuadrilateros” (nivel: secundario básico, segundo año)

Es muy importante para los alumnos conocer bien las distintes clasificaciones de los cuadriláteros. La utilización de sistemas articulados es de un gran ayuda para hacerlo.

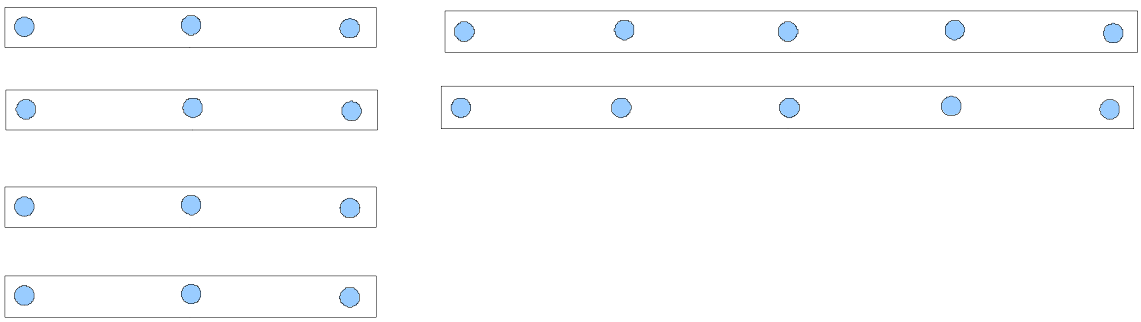
Al solicitar a los alumnos citar las propiedades que permiten clasificar los cuadriláteros, nos responden que ello depende de:

- Las medidas respectivas de los lados consecutivos u opuestos
- El paralelismo de los lados opuestos
- Las medidas respectivas de los ángulos consecutivos o opuestos
- Las posiciones relativas de las diagonales, sus medidas y ángulos.

Les indicamos que se pueden representar los diferentes casos con un sistema articulado.

Proponemos a los alumnos utilizar bandas de cartulina o de cartón que podemos construir segun el siguiente modelo:

Cortamos cuatro pequeñas bandas iguales y dos más grandes iguales, con agujeros en sus extremidades, en sus medios y en las cuartas partes de las grandes. (Podemos también utilizar bandas de plástico, vendidas, a un precio razonable, entre los especialistas de material pedagógico).



Classer les quadrilatères à l'aide d'un système articulé :

La maison des quadrilatères (niveau sixième)

A propos de l'article de Nadine Gérald (bulletin APMEP n° 473) sur l'introduction de l'enseignement des propriétés des cerfs-volants voici une proposition d'activité bilingue franco-espagnol sur le classement des quadrilatères (la « maison des quadrilatères ») grâce à un système articulé.

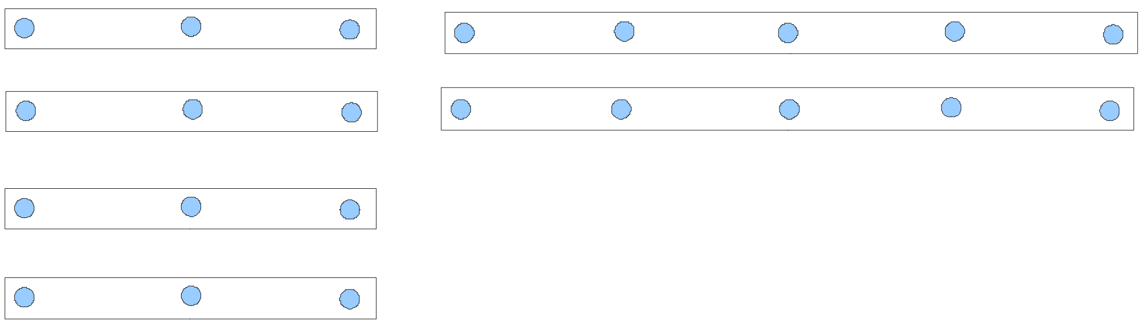
Nous pouvons demander, tout d'abord, aux élèves de citer quelles sont les propriétés qui permettent de classer les quadrilatères, cela dépend :

- Des longueurs respectives des côtés consécutifs ou opposés
- Du parallélisme des côtés opposés
- Des mesures respectives des angles opposés ou consécutifs
- Des positions respectives des diagonales, de leurs longueurs et des angles qu'elles définissent.

Nous leur proposons de représenter les différents cas grâce à un système articulé :

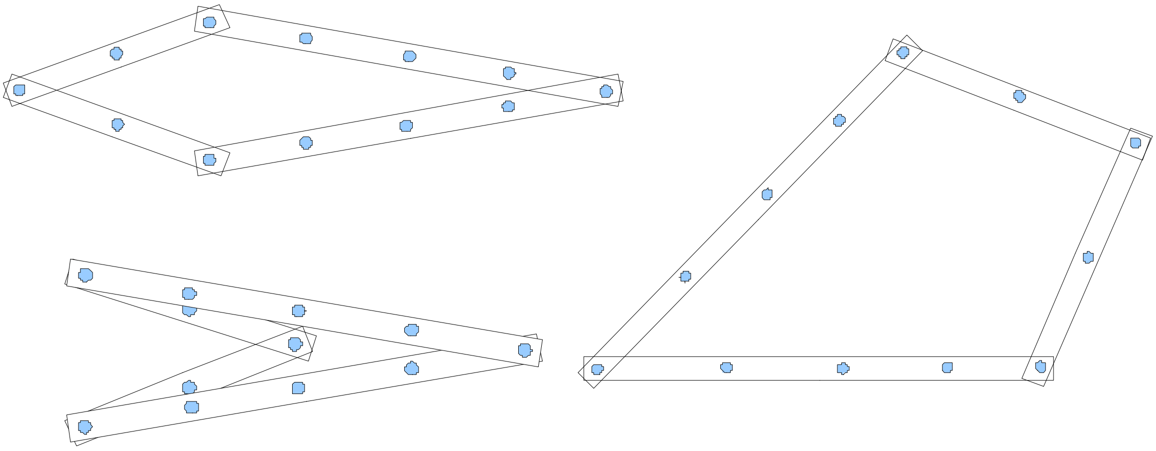
Nous leur proposons d'utiliser des barrettes de carton ou de bristol que nous pouvons découper selon le modèle suivant :

Quatre petites barrettes égales et deux plus grandes, perforées à leurs extrémités et en leur milieu, les deux grandes avec un trou supplémentaire à leurs quarts. (on peut aussi utiliser des barrettes en plastique, proposées à prix raisonnable chez les spécialistes en matériel pédagogique)



FASE PRELIMINAR la noción de cometa

Les pedimos en primer lugar a los alumnos construir, con dos pequeñas bandas y dos grandes, un cuadrilátero cuyos lados consecutivos son iguales dos - dos. He aquí tres ejemplos de construcciones.



Les pedimos a los alumnos: ¿ En qué le hacen pensar las dos primeras construcciones? Segunda hecho pensar en las cometas de los niños sobre la playa, la primera también pero "menos". ¿ Y el tercero? A los aviones de reacción. ¿ Cómo llamamos la forma de las alas de estos aviones? Alas "deltas". Es por eso que este cuadrilátero se llama un **deltoide**. Vamos a estudiar solamente las cometas.

¿ Que observamos sobre ambas cometas? Podemos aplastarlos. ¿ En ambos direcciones? NO.

¿ Cómo podemos definir una cometa? Es un cuadrilátero que tiene lados la igual longitud dos - dos. Observamos: es verdad también de un parallélogramme. Entonces hay que añadir " lados consecutivos lo mismo longitud ".

Les sugerimos precisar: **una cometa es un cuadrilátero que tiene dos pares de lados consecutivos lo mismo longitud**.

Observemos los cuadriláteros e imaginemos sus diagonales (si los alumnos no saben refleccionar asi, podemos figurarles con uno elástico)

PHASE PRÉLIMINAIRE la notion de cerf-volant

: Un cerf-volant est un quadrilatère qui a deux paires de
côtés consécutifs de la même longueur.

Nous demandons tout d'abord aux élèves de construire, avec deux petites barrettes et deux grandes, un quadrilatère qui a **deux paires de côtés consécutifs de la même longueur**.

Voici trois exemples de constructions.

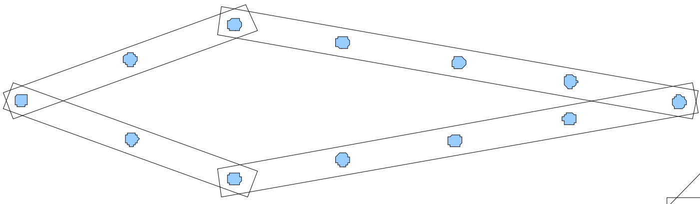


fig.1

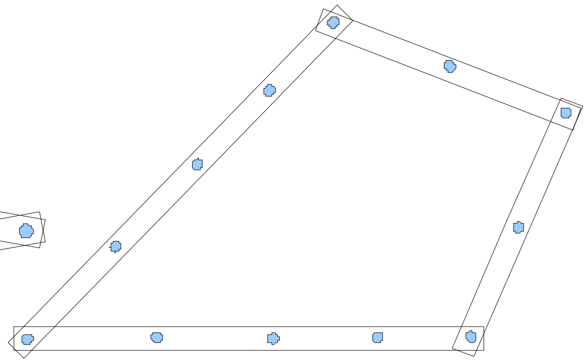


fig.2

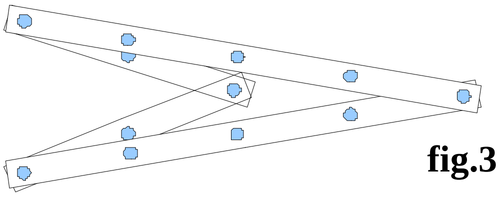


fig.3

Nous demandons aux élèves : à quoi vous font penser les deux premières constructions ? La deuxième fait penser aux **cerfs-volants** des enfants sur la plage, la première aussi mais “moins”.

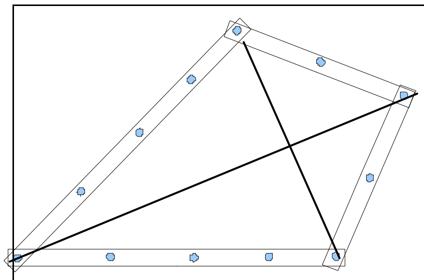
Et la troisième ? Aux avions à réaction. Comment appelle-t-on la forme des ailes de ces avions ? Des ailes “deltas”. C'est pourquoi ce quadrilatère s'appelle un **deltoïde** (c'est un exemple de **quadrilatère concave)** Nous allons étudier seulement les **cerfs-volants**.

Que remarque-t-on sur les deux cerfs-volants ? On peut les aplatir. Dans les deux sens ? NON.

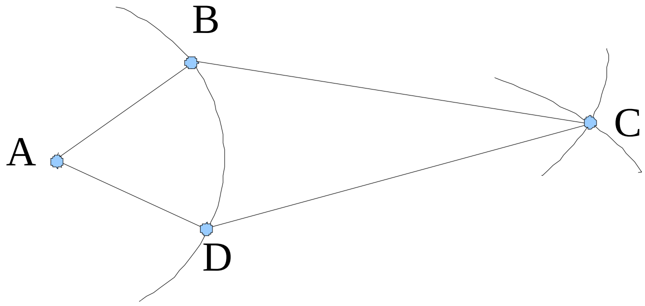
Comment peut-on définir un cerf-volant ? C'est un quadrilatère qui a des paires de côtés de la même longueur. Nous remarquons : c'est vrai aussi d'un parallélogramme. Alors il faut ajouter “des paires de côtés consécutifs de la même longueur”. Nous leur suggérons de préciser :

Un cerf-volant est un quadrilatère qui a deux paires de côtés consécutifs de la même longueur.

Observemos los cuadriláteros e imaginemos sus diagonales (si los alumnos no saben refleccionar asi, podemos figurarles con uno elástico)

	¿ Que observamos? Son ortogonales, parecen cortarse en medio de la pequeña. Vamos a tratar de demostrarlo

Como siempre en el pasaje de la observación del objeto geométrico a su formalización, les pedimos a los alumnos reproducir con cuidado sobre su cuaderno la cometa respetando sus propiedades, a saber la igualdad de las longitudes de sus lados sucesivos. Luego de codificar la figura obtenida. Esta construcción puede hacerse con la ayuda del compás según la figura siguiente:

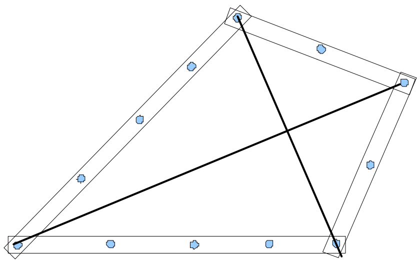


Trazamos un círculo de centro A, de rayo la longitud de las pequeñas bandas, en el cual ponemos dos puntos B y D (la distancia entre B y D no es crítica, único el ángulo formado por el segmento [AB] y [AD] que debe ser agudo). Luego, trazamos dos arcos de círculo de centro B y D y de rayo la longitud de las grandes bandas, estos arcos de círculo se cortan al punto C.

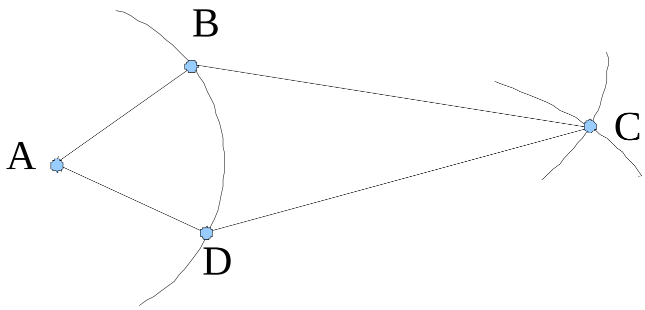
Les pedimos a los alumnos observar los triángulos ABD y CDB: ¿ cuál son sus propiedades? Respuesta: son isósceles, podemos pues decir que una cometa está constituida por dos triángulos isósceles no necesariamente iguales (o superponibles) juntados por su base.

Observamos que se puede construir, con las mismas bandas "muchas" cometas distintas (en hecho, una infinidad), según la separación de las bandas, es decir según la medida de los ángulos $\widehat{DAB}$ y $\widehat{DCB}$.

Observons les quadrilatères et imaginons leurs diagonales (si les élèves n'y arrivent pas, on peut les figurer avec des élastiques), que remarquons nous ?

	Elles sont orthogonales, elles « ont l'air » de se couper au milieu de la petite. Nous allons essayer de le démontrer.

Comme toujours dans le passage de l'observation de l'objet géométrique à sa formalisation**,** nous demandons aux élèves de reproduire avec soin sur leur cahier le cerf-volant en respectant ses propriétés, à savoir l'égalité des longueurs de ses côtés successifs. Puis de coder la figure obtenue. Cette construction peut se faire à l'aide du compas selon la figure suivante :

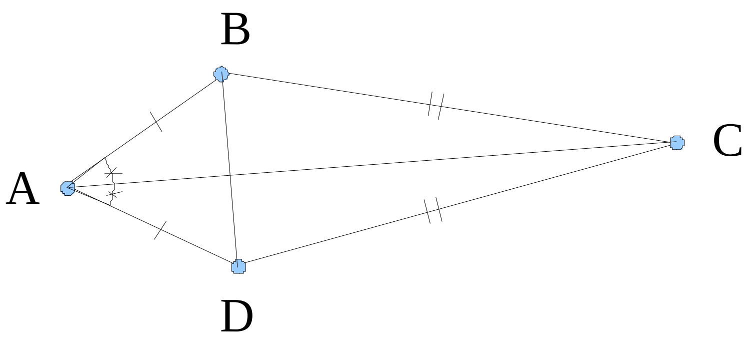


Nous avons tracé un cercle de centre A, de rayon la longueur des petites barrettes, sur lequel nous avons porté deux points B et D (la distance entre B et D n'est pas critique, seul l'angle formé par les segments [AB] et [AD] doit être aigu). Ensuite nous avons tracé deux arcs de cercle de centre B et D et de rayon la longueur des grandes barrettes, ces arcs de cercle se coupent au point C.

Nous demandons aux élèves d'observer les triangles ABD et CDB : quelle est leur propriété ? Réponse : ils sont isocèles, on peut donc dire qu'un cerf-volant est constitué de deux triangles isocèles accolés par leur base, non nécessairement égaux (ou superposables).

Nous remarquons que l'on peut construire, avec les mêmes barrettes "beaucoup" de cerfs-volants distincts (en fait, une infinité), selon l'écartement des barrettes, c'est-à-dire selon la mesure des angles $\widehat{DAB}$ et $\widehat{DCB}$.

Les pedimos entonces a los alumnos trazar las diagonales y demostrar la conjetura: " las diagonales de una cometa son ortogonales ". Repetimos la figura trazando las diagonales y anotando las igualdades de longitudes.



Observamos que ambos triángulos ABC y ADC, tienen sus lados de las mismas longitudes dos – dos, entonces son iguales. Pues los ángulos $\widehat{CAB}$ y $\widehat{CAD}$ son de misma medida y el segmento [AC] es la bisectriz del ángulo $\widehat{DAB}$ y la mediatriz del segmento [BD].

Concluimos que la diagonal [AC] de la cometa es la mediatriz de la diagonal [BD] y que, en particular, ambas diagonales de una cometa son ortogonales.

Les pedimos a los alumnos escribir estos resultados en forma de condiciones necesarias y suficientes:

$$\left\{\begin{array}{l}\text{un cuadrilatero}\\ \text{es una cometa}\end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}\text{tiene dos pares de lados}\\ \text{consecutivos lo mismo}\\ \text{longitud}\end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}\text{una de sus diagonales}\\ \text{es la mediatriz}\\ \text{de la otra}\end{array}\right\}$$

Recordamos que bajo interesamos solamente por los cuadriláteros convexos construibles con dos pares de bandas de las mismas longitudes.

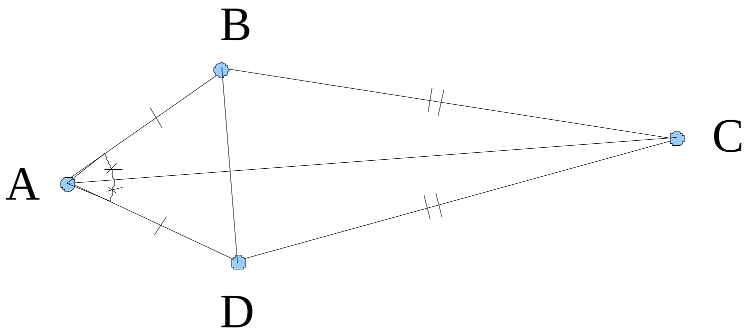
Ejercicio les proponemos entonces a los alumnos tomar como material tres pequeños bandas y una grande. ¿ Observe los cuadriláteros tan construibles, pueden contener dos lados paralelos? ¿ Si sí, cómo se llama este cuadrilátero?

¿ Podemos obtener una cometa? ¿ Sino, por qué?

¿ Podemos obtener un cuadrilátero que no tiene ninguna propiedad particular?

Nous demandons alors aux élèves de tracer les diagonales et de démontrer la conjecture : **« les diagonales d’un cerf-volant sont orthogonales ».**

Nous reprenons la figure en traçant les diagonales et en notant les longueurs égales.



Nous observons que les deux triangles ABC et ADC, ayant leurs côtés de mêmes longueurs deux à deux sont égaux. Donc les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{CAD}$ sont de même mesure et le segment [AC] est la bissectrice de l’angle $\widehat{DAB}$ et la médiatrice du segment [BD].

Nous en concluons que la **diagonale [AC] du cerf-volant est la médiatrice de la diagonale [BD]** et que, en particulier, les deux diagonales d’un cerf-volant sont orthogonales.

Nous demandons aux élèves d’écrire ces résultats sous forme de conditions nécessaires et suffisantes :

$$\left\{\begin{array}{l}\text{un quadrilatère est}\\ \text{un cerf} - \text{volant}\end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}\text{il possède deux paires}\\ \text{de cotés consécutifs}\\ \text{de mêmes longueurs}\end{array}\right\} \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}\text{une de ses diagonales}\\ \text{est médiatrice de l'autre}\end{array}\right\}$$

Nous rappelons que nous sous intéressons seulement aux quadrilatères **convexes constructibles avec deux paires de barrettes de mêmes longueurs.**

Exercice

Nous proposons alors aux élèves de prendre comme matériel trois petites barrettes et un grande. Observez les quadrilatères ainsi constructibles, peut-il comporter deux côtés parallèles ? Si oui, comment s’appelle ce quadrilatère ?

Peut-on obtenir un cerf-volant ? Sinon, pourquoi ?

Peut-on obtenir un quadrilatère qui n’a aucune propriété particulière ?

METTRE LES BARRETTES et les quadrilatères

PRIMERA FASE clasificando los cuadrilateros segun las propiedades de sus lados

En primer lugar les proponemos construir cuadriláteros con cuatros lados iguales y les preguntamos ¿Cuales son los cuadriláteros que podemos encontrar?

Respuesta: un **cuadrado** si sus ángulos son rectos y un **rombo** si no.

Observamos que podemos **aplastar** estos cuadriláteros.

En segundo lugar contruímos un cuadrilátero con dos pequeñas bandas iguales y dos grandes también iguales.

Observamos que hay dos maneras construir el cuadrilátero: con las pequeñas bandas consecutivas u opuestas.

- Si las pequeñas bandas (y también las grandes) son consecutivas, obtenemos una **cometa isósceles** (si el cuadrilátero esta convexo) o un **deltoides** (si el cuadrilátero es concavo).
- Si las pequeñas bandas son opuestas, obtenemos un **rectángulo** si los ángulos son rectos y un **paralelogramo** si no.

Todos estos cuadriláteros se pueden aplastar.

En tercero lugar construímos un cuadrilátero con tres pequeñas bandas y una grande.

Obtenemos un trapecio isósceles si dos ángulos consecutivos son iguales o si dos lados opuestos son paralelos.

SEGUNDA FASE clasificación de los cuadriláteros segun las propiedades de sus diagonales

Proponemos a los alumnos representar con las bandas las diagonales de los cuadriláteros.

En primer lugar cuando las dos bandas son iguales, se encuentran en sus medios. Si las diagonales son ortogonales tenemos un **cuadrado**, si no es un **rectángulo**.

En segundo lugar: diagonales iguales, ortogonales que se encuentran en el medio de una diagonal; ahora tenemos una **cometa isósceles**.

PREMIERE PHASE classification des quadrilatères selon les propriétés de leurs côtés

Premièrement nous proposons, de construire des quadrilatères ayant quatre côtés de même longueur et demandons quels quadrilatères nous pouvons former.

Réponse : Un carré si les angles sont droits et un losange sinon.

Nous remarquons que, dans ce cas, le système articulé peut s'aplatir.

Deuxièmement nous construisons un quadrilatère avec deux petites barrettes égales et deux grandes barrettes égales.

Nous observons qu'il y a deux manières de construire le quadrilatère : les deux petites sont consécutives ou opposées.

- Si les petites barrettes sont consécutives (ainsi que les deux grandes) nous obtenons un **cerf-volant isocèle** (si le quadrilatère est convexe) ou un **deltoïde** (si le quadrilatère est concave)
- Si les petites barrettes sont opposées, nous obtenons un **rectangle** si les angles du quadrilatère sont droits, sinon nous obtenons un **parallélogramme**.

Tous ces quadrilatères peuvent s'aplatir.

Troisièmement nous construisons un quadrilatère avec trois petites barrettes et une grande. Nous obtenons un **trapèze isocèle** s'il existe deux angles consécutifs de même mesure ou s'il existe deux côtés opposés parallèles.

DEUXIÈME PHASE classification des quadrilatères selon les propriétés de leurs diagonales

Nous proposons maintenant d'utiliser les barrettes pour représenter les diagonales des quadrilatères :

Premièrement les diagonales sont de même longueur et se coupent en leur milieu.

- Si les diagonales sont orthogonales nous avons un **carré ;**
- Sinon nous avons un **rectangle**.

Deuxièmement les diagonales sont de même longueur et l'une d'elle est la médiatrice de l'autre alors nous avons un **cerf-volant isocèle**.

Tercio: diagonales non iguales, ortogonales que se encuentran en el medio de una diagonal, ahora tenemos de nuevo una **cometa isósceles**.

Cuarto: diagonales non iguales, non ortogonales que se encuentran en el medio de una de ellas, tenemos una **cometa no isósceles.**

Quinto: diagonales non iguales que se encuentran en sus medios tenemos un **paralelógramo.**

Sexto: diagonales non iguales ortogonales que se encuentran en sus medios tenemos un **rombo.**

TERCERA FASE clasificación de los cuadrilateros segun las medidas de sus ángulos

Proponemos a los alumnos observar la medida de los ángulos formados por los lados del cuadrángulo.

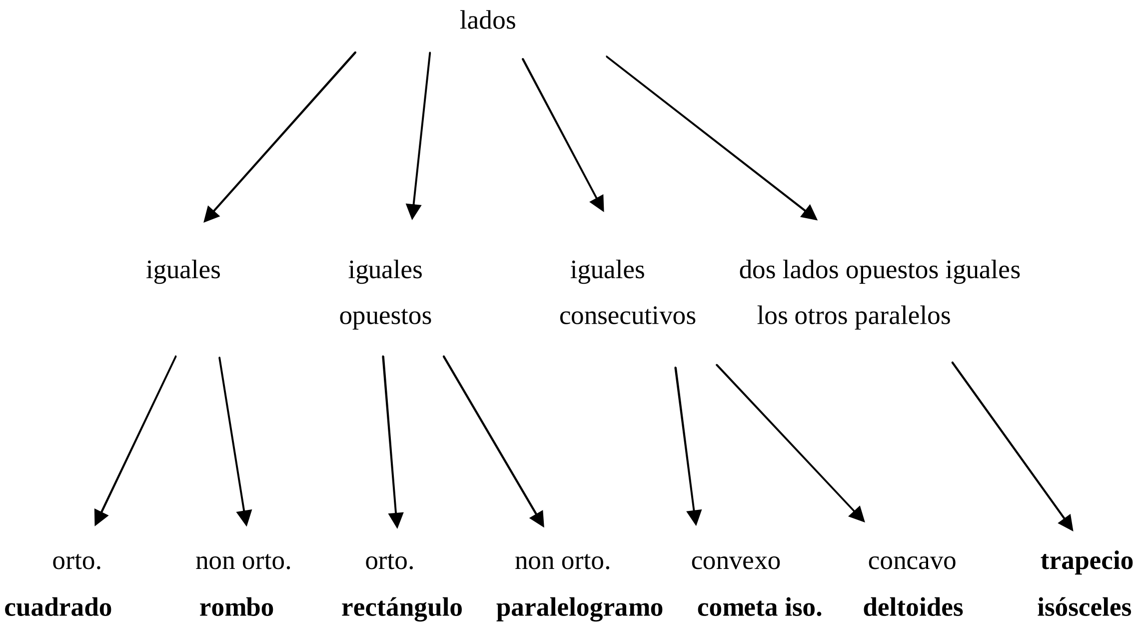
Cuatro ángulos iguales: tenemos un **cuadrado** si los lados son iguales o un **rectángulo** si no.

Los ángulos opuestos iguales dos a dos: **un rombo** si los lados son iguales o un **paralelógramo** si no.

Los ángulos consecutivos iguales dos a dos: **un trapecio isósceles.**

CUARTA FASE representación de la clasificación con ayuda de un árbol

Proponemos a los alumnos dibujar un arbol segun el ejemplo siguiente hecho con la ayuda del docente (**clacificación segun las propiedades de los lados)**:



Troisièmement les diagonales sont de longueurs différentes et l'une d'elles est médiatrice de l'autre, nous avons encore un **cerf-volant isocèle**.

Quatrièmement les diagonales sont de longueurs différentes et se coupent au milieu de l'une d'elle, nous avons un **cerf-volant non isocèle**.

Cinquièmement Les diagonales sont de longueurs différentes et se coupent en leurs milieux, nous avons un **parallélogramme**.

Sixièmement Les diagonales sont de longueurs différentes, elles sont orthogonales et se coupent en leurs milieux, nous avons un **losange**.

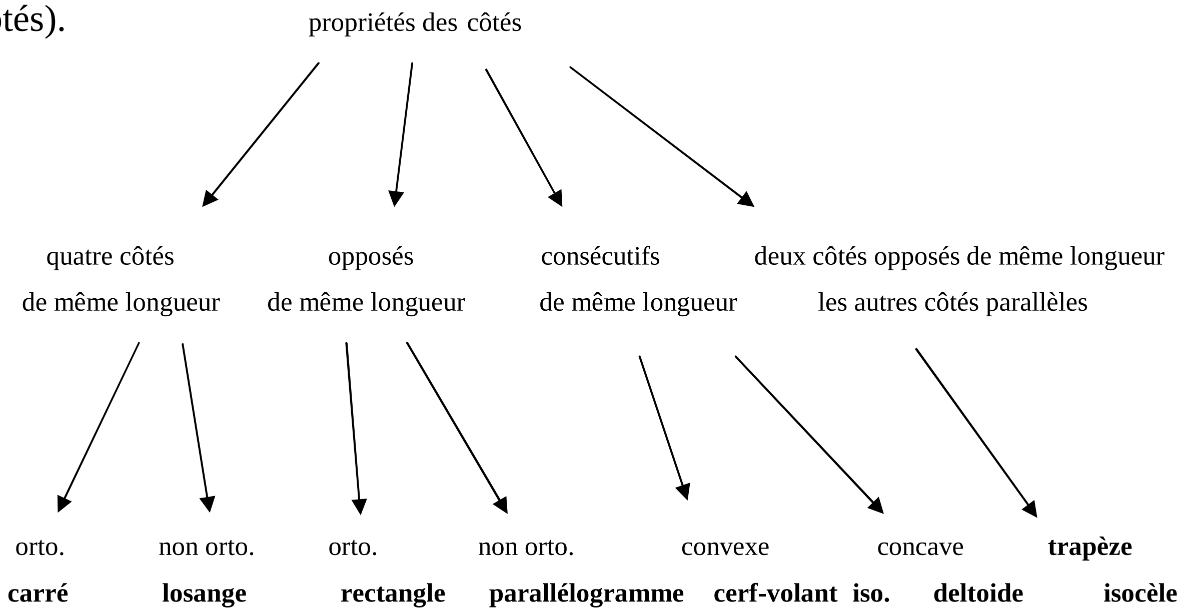
TROISIÈME PHASE classification des quadrilatères selon les mesures de leurs angles

Nous proposons aux élèves d'observer la mesure des angles formés par les côtés du quadrilatère.

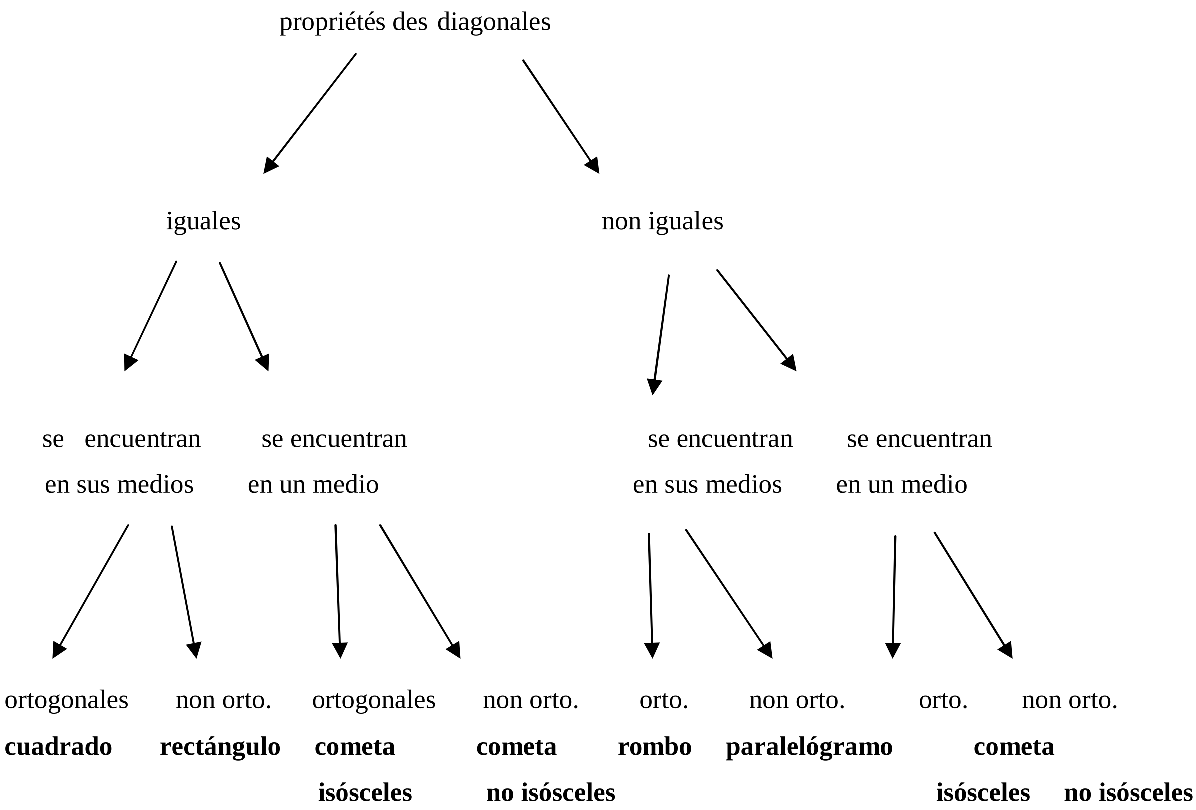
- Quatre angles de même mesure, si les quatre côtés sont de même longueur, alors nous avons un **carré**, sinon, c'est un **rectangle.**
- Les angles opposés de même mesure deux à deux, si les côtés sont de même longueur, c'est un **losange**, sinon c'est un **parallélogramme**.
- Il existe deux paires d'angles consécutifs de mêmes mesures alors **c'est un trapèze isocèle**.

QUATRIÈME PHASE classification des quadrilatères à l'aide d'un arbre

Nous proposons aux élèves de tracer un arbre comme dans l'exemple suivant, construit avec l'aide du professeur, (classification selon les propriétés des côtés).



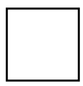
Despues, los alumnos continuan sin ayuda del docente segun **las propiedades de las diagonales:**



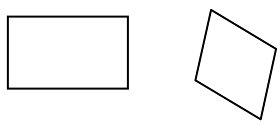
Para los mejores es intersante continuar la clasificación segun el número de los ejes de simetría o los ejes de rotación, si es posible, sin ayudarse de las bandas para invitar el alumno a construirse una imagen mental del cuadrilátero.

Nos parece que es más fácil comenzar por el número más grande de ejes.

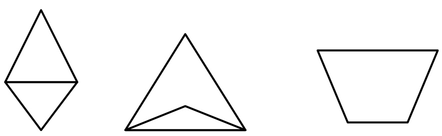
Cuatro ejes de simetría: el cuadrado



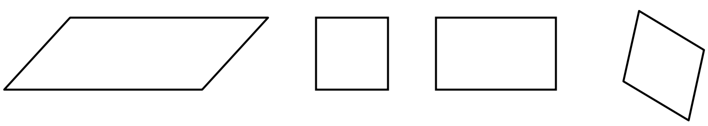
Dos ejes de simetría: el rectángulo, el rombo



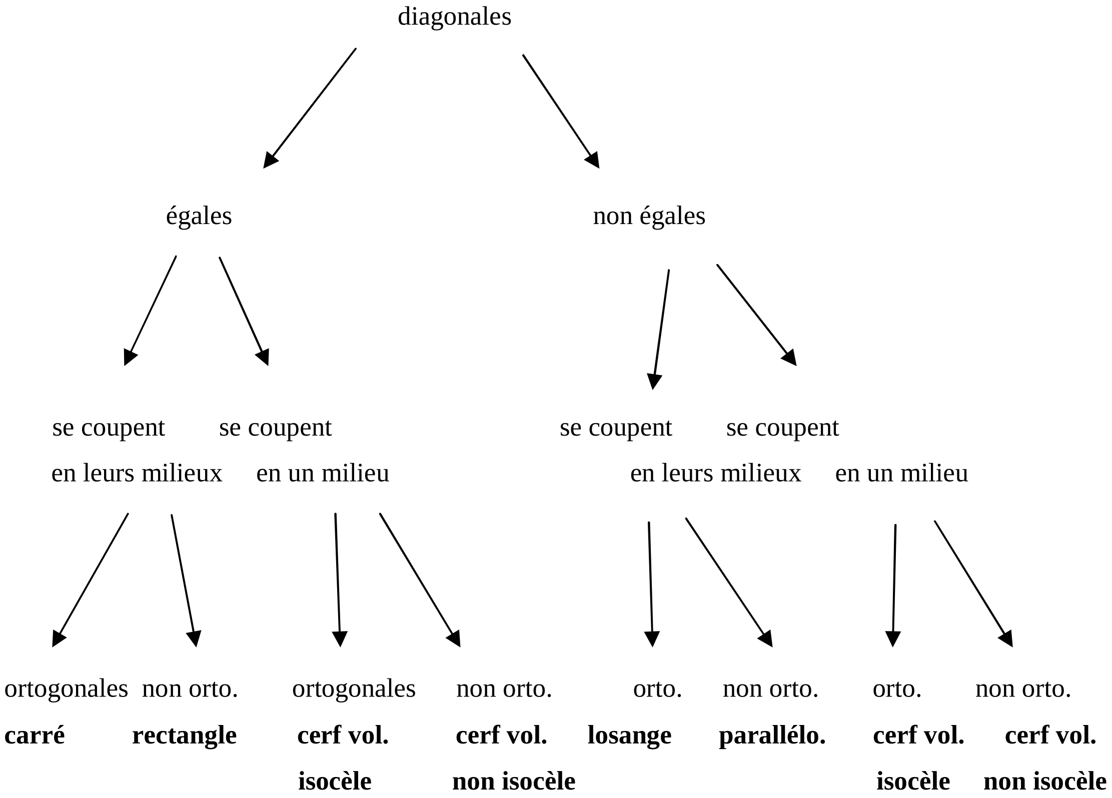
Un eje de simetría: la cometa isósceles, el deltoides, el trapecio isósceles



Un centro de simetría: el paralelógramo, el cuadrado, el rectángulo, el rombo

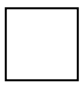


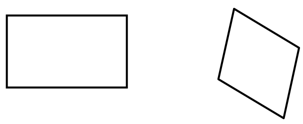
Ensuite les élèves continuent sans l'aide du professeur le classement selon **les propriétés des diagonales :**



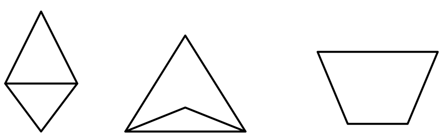
Pour les plus grands, il est intéressant de continuer la classification selon le nombre d'axes de symétrie ou de rotation, si possible, sans s'aider des barrettes pour inciter l'élève à se construire une image mentale du quadrilatère.

Il nous parait plus facile de commencer par le plus grand nombre d'axes.

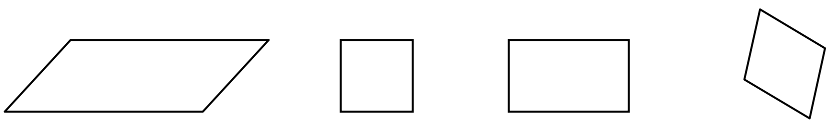
Quatre axes de symétrie : le carré 

Deux axes de symétrie : le rectangle, le losange 

Un axe de symétrie : le cerf-volant isocèle, le deltoïde, le trapèze isocèle



Un centre de symétrie : le parallélogramme, le carré, le rectangle, le losange.



QUINTA FASE (facultativa)

Al fin de la actividad, podemos mostrarles a los alumnos las figuras más abajo y las de la página siguiente y preguntarles, por ejemplo, cuáles son los cuadriláteros que:

- Son parallelogramos (respuestas : Fig. 1; 2; 5; 6; 8; 9; 10; 11);
- Son rectángulos (respuestas : : Fig. 2; 6; 8; 9).

Esto con el fin de evitar un error frecuente de los alumnos relativo a la inclusión de los conjuntos de figuras geométricas: los alumnos dicen, por ejemplo, que un cuadrado no es un rombo o que un rombo no es un paralelogramo.

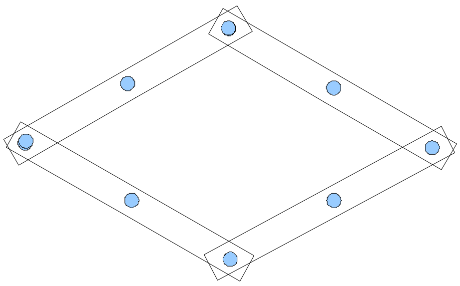


Fig.1

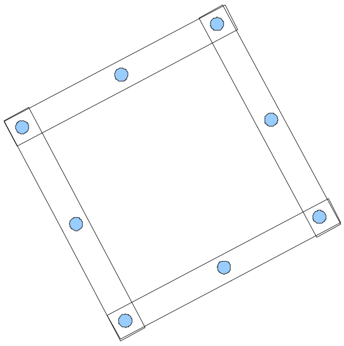


Fig.2

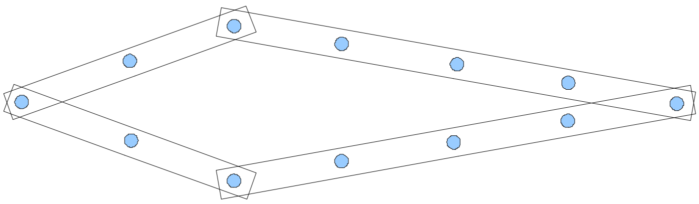


Fig.3

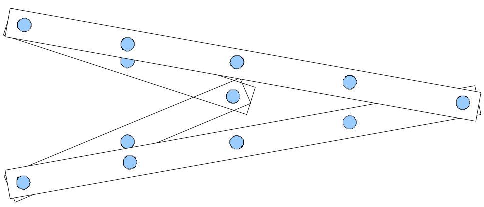


Fig.4

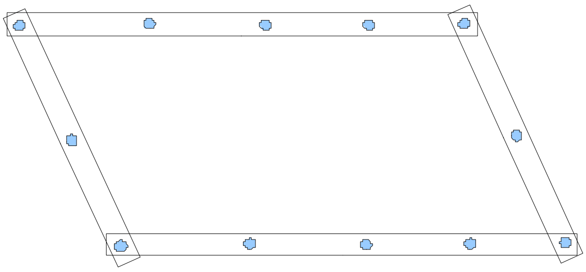


Fig.5

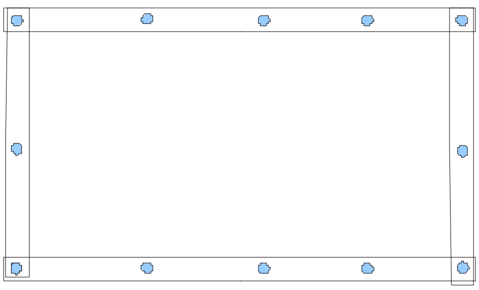


Fig.6

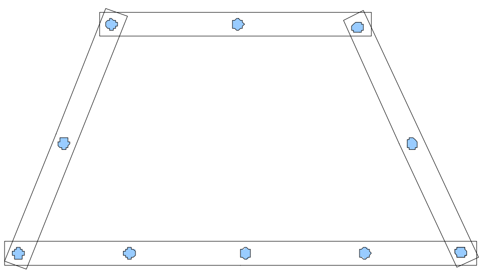


Fig.7

CINQUIÈME PHASE (facultative)

A la fin de l'activité, nous pouvons montrer aux élèves cette page et la page précédente et leur demander, par exemple, quels sont les quadrilatères qui :

- sont des parallélogrammes ; (réponses : Fig. 1 ; 2 ; 5 ; 6 ; 8 ; 9 ; 10 ; 11) ;
- sont des rectangles. (réponses : Fig. 2 ; 6 ; 8 ; 9).

Ceci afin d'éviter une erreur fréquente des élèves relative à l'inclusion des ensembles de figures géométriques : les élèves disent, par exemple, qu'un carré n'est pas un losange ou bien qu'un losange n'est pas un parallélogramme.

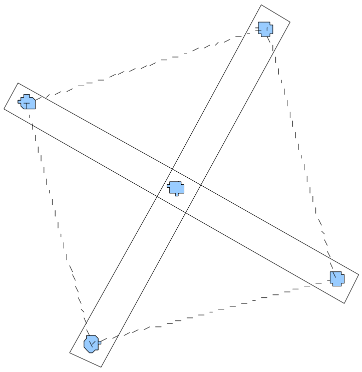


Fig.8

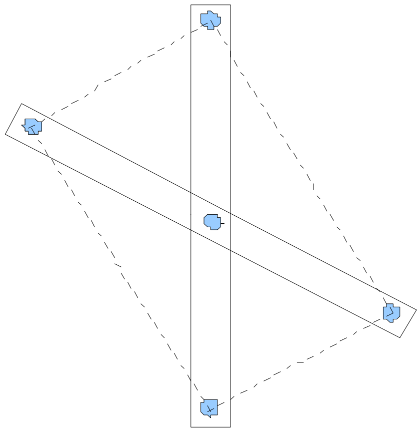


Fig.9

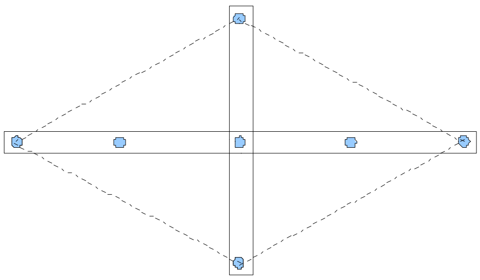


Fig.10

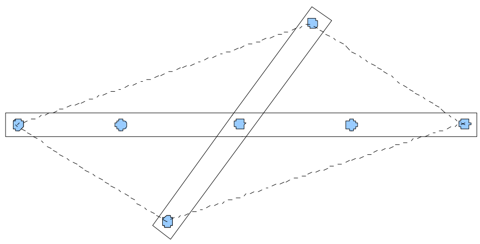


Fig.11

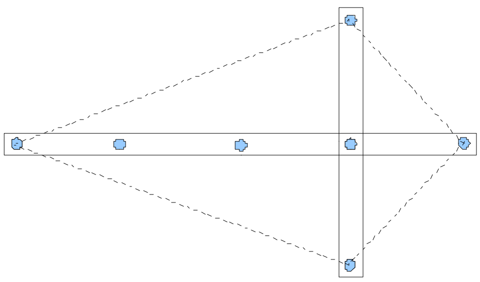


Fig.12

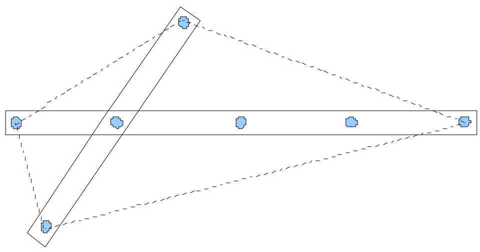
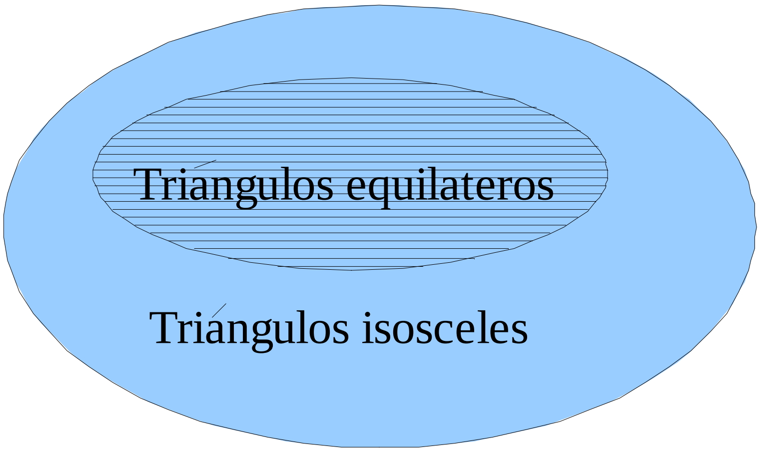


Fig.13

SEXTA FASE clasificación con los diagramas de VENN

Es interesante proseguir con el fin de devolverles en memoria a los alumnos la representación de los conjuntos por los diagramas de Venn. Presentamos, capítulo 15 de nuestro libro " Del dibujo percibido a la figura construida " ejemplos de esta técnica muy demostrativa para razonar sobre las figuras geométricas.

Recordemos que podemos presentar los conjuntos de objetos matemáticos por una línea curva cerrada (por ejemplo el conjunto de los triángulos isósceles) y la inclusión de un conjunto en otro (por ejemplo la inclusión del conjunto de los triángulos equiláteros en el de los triángulos isósceles) por una segunda línea curva cerrada dentro de la primera.



Esta representación por los diagramas de VENN es un ejercicio muy bueno de entrega en memoria de las propiedades respectivas de los cuadriláteros. Podrá, por ejemplo, ser objeto de un trabajo de reflexión en la casa para incitar a los alumnos que se aplican en sus representaciones y así hacerlos muy legibles por otro alumno.

Primero proponemos estudiar los conjuntos siguientes:

Parallelógramos, rectángulos, rombos y cuadrados.

Estos conjuntos de cuadriláteros particulares son incluidos en el universo general de los cuadriláteros, es por eso que dibujamos un gran rectángulo que representa este universo.

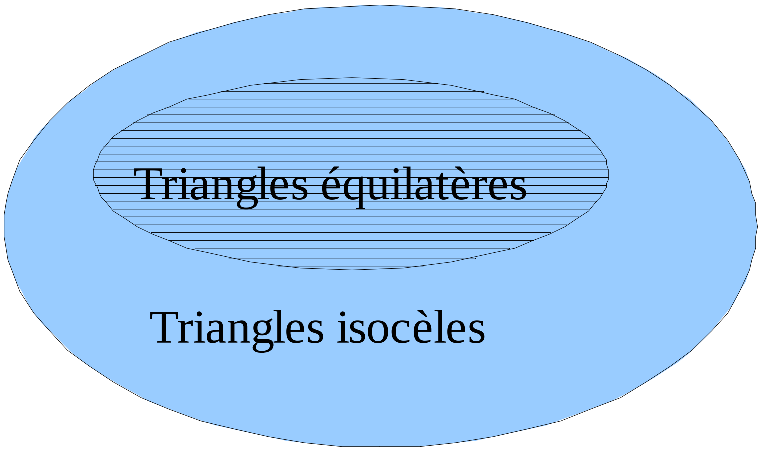
Observamos juntos, en primer lugar, que los rectángulos y los rombos son parallelógramos particulares pero que existen allí unos rombos que no son unos rectángulos, dibujamos pues dos líneas cerradas que representan ambos conjuntos pero no alguna de una de ellas es contenida en la otra.

Les pedimos a los alumnos: ¿si el conjunto de los rectángulos tiene una intersección no vacía con el conjunto de los rombos, cual conjunto de cuadriláteros representa esta intersección?

SIXIÈME PHASE Classification avec les diagrammes de VENN

Il est intéressant de poursuivre afin de remettre en mémoire aux élèves la représentation des ensembles par les diagrammes de Venn. Nous avons présenté, chapitre 15 de notre livre “Du dessin perçu à la figure construite” des exemples de cette technique très démonstrative pour raisonner sur les figures géométriques.

Rappelons que nous pouvons présenter les ensembles d’objets mathématiques par une ligne courbe fermée (par exemple l’ensemble des triangles isocèles) et l’inclusion d’un ensemble dans un autre (par exemple l’inclusion de l’ensemble des triangles équilatéraux dans celui des triangles isocèles) par une seconde ligne courbe fermée à l’intérieur de la première.



Cette représentation par les diagrammes de VENN est un très bon exercice de remise en mémoire des propriétés respectives des quadrilatères. Elle pourra, par exemple, faire l’objet d’un travail de réflexion à la maison pour inciter les élèves à s’appliquer dans leurs représentations et ainsi les rendre bien lisibles par un autre élève.

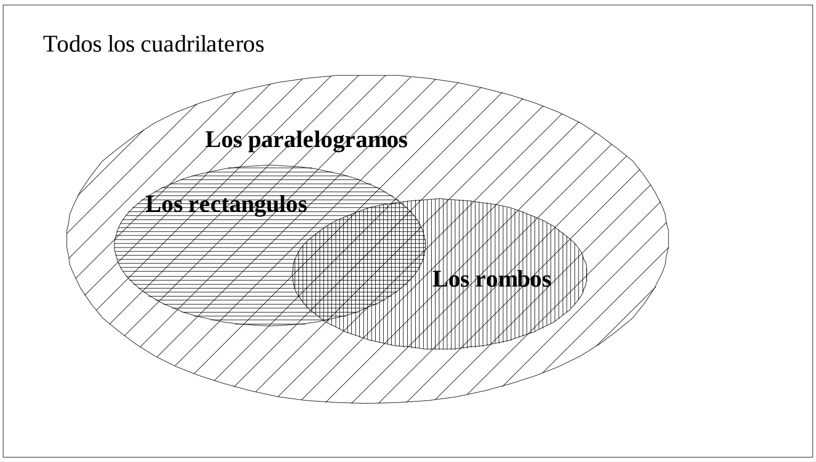
Tout d'abord nous proposons d'étudier les ensembles suivants :

Parallélogrammes, rectangles, losanges et carrés.

Ces ensembles de quadrilatères particuliers sont inclus dans l'univers général des quadrilatères, c’est pourquoi nous avons dessiné un grand rectangle qui représente cet univers.

Nous remarquons ensemble, tout d’abord, que les rectangles et les losanges sont des parallélogrammes particuliers mais qu’il y existe des losanges qui ne sont pas des rectangles, nous dessinons donc deux lignes fermées représentant les deux ensembles mais aucune de l’une d’elles n’est contenue dans l’autre.

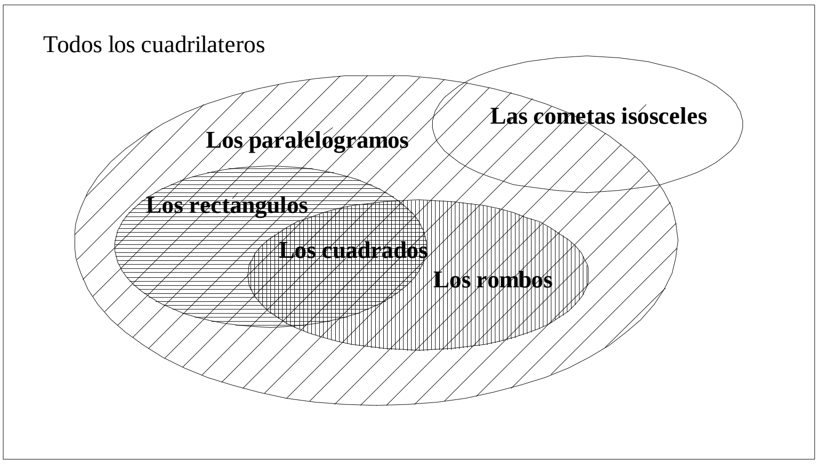
Nous demandons aux élèves : si l’ensemble des rectangles a une intersection non vide avec l’ensemble des losanges, quel ensemble de quadrilatères représente cette intersection ?



Dicen los alumnos que los rombos tienen cuatro lados iguales y los rectángulos tienen cuatros ángulos iguales, entonces los cuadrilateros que tienen las dos propiedades son los cuadrados.

Continuamos pidiéndoles colocar el conjunto de las cometas isósceles.

Observan que una cometa necesariamente no tiene sus lados opuestos paralelos pues este conjunto puede, posiblemente, encontrar el de los paralelógramos pero no es incluido dentro. Proponen el dibujo siguiente:



Les pedimos, como anteriormente, caracterizar el conjunto intersección del conjunto de los paralelógramos con el conjunto de las cometas isósceles.

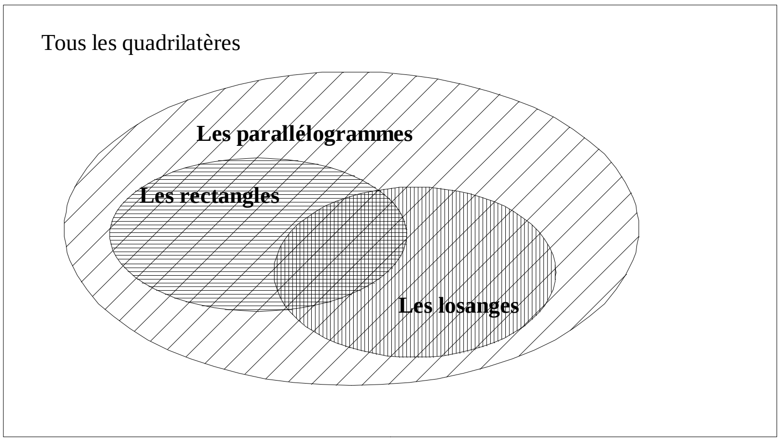
Devolvemos la llamada cuáles son las propiedades del parallélogrammes:

Los lados opuestos son iguales dos a dos

Y de las cometas isósceles: los lados consecutivos son iguales dos a dos.

Los cuadriláteros que pertenecen al conjunto intersección de ambos conjuntos (parallelógramos y cometas) deben pues tener sus cuatro lados iguales; son pues rombos.

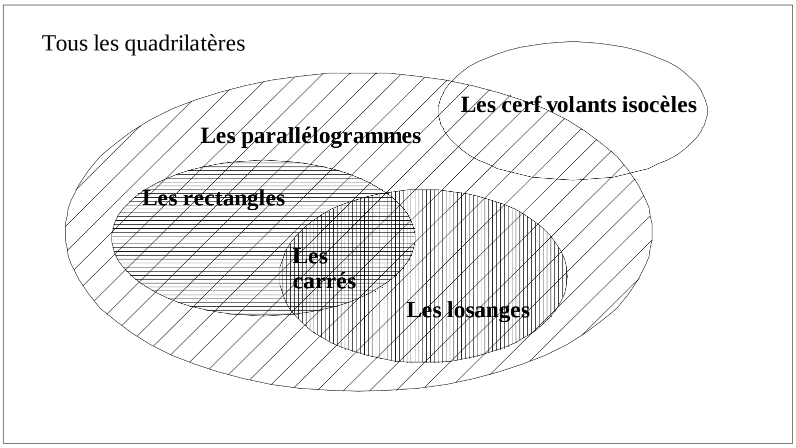
Sobre nuestra figura comprobamos que el conjunto de los rombos no es incluido en esta intersección, les pedimos entonces a los alumnos transformar la figura con el fin de que tome en consideración este resultado.



Les élèves disent que les losanges ont quatre côtés de même longueur et les rectangles quatre angles de même mesure, donc que les quadrilatères qui admettent ces deux propriétés sont les carrés.

Nous continuons en leur demandant de placer l'ensemble des cerfs-volants isocèles.

Ils remarquent qu'un cerf-volant n'a pas nécessairement ses côtés opposés parallèles donc cet ensemble peut, peut-être, rencontrer celui des parallélogrammes mais il n'est pas inclus dedans. Ils proposent le dessin suivant :



Nous leur demandons, comme précédemment, de caractériser l'ensemble intersection de l'ensemble des parallélogrammes avec l'ensemble des cerfs-volants isocèles.

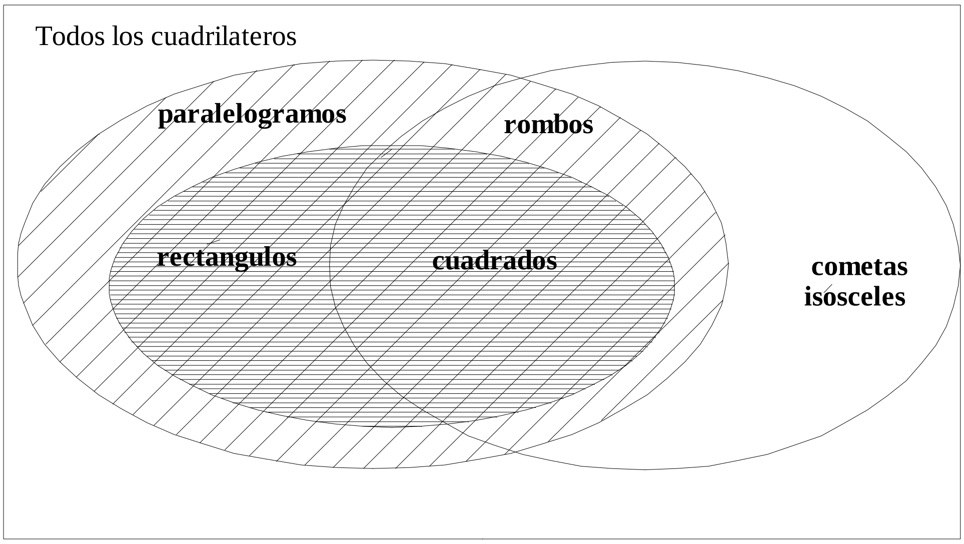
Nous rappelons quelles sont les propriétés des parallélogrammes :

Les côtés opposés sont de même longueur.

Et les propriétés des cerfs-volants isocèles : il existe deux paires de côtés consécutifs de mêmes longueurs.

Les quadrilatères appartenant à l'ensemble intersection des deux ensembles (parallélogrammes et cerfs-volants) doivent donc avoir leurs quatre côtés de même longueur ; ce sont donc des losanges.

Sur notre figure nous constatons que l'ensemble des losanges n'est pas inclus dans cette intersection, nous demandons alors aux élèves de transformer la figure afin qu'elle prenne en compte ce résultat.



Observando la figura les pedimos a los alumnos escribir las propiedades de las intersecciones de los conjuntos, siguiendo el modelo:

{paralelogramos} ∩ {cometas isosceles} = {rombos}.

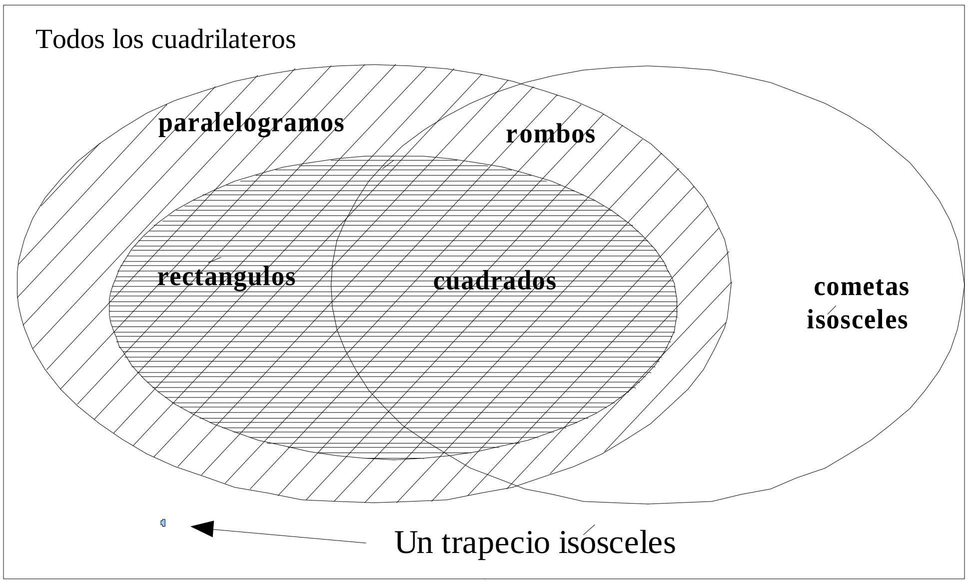
Ahora nos proponen:

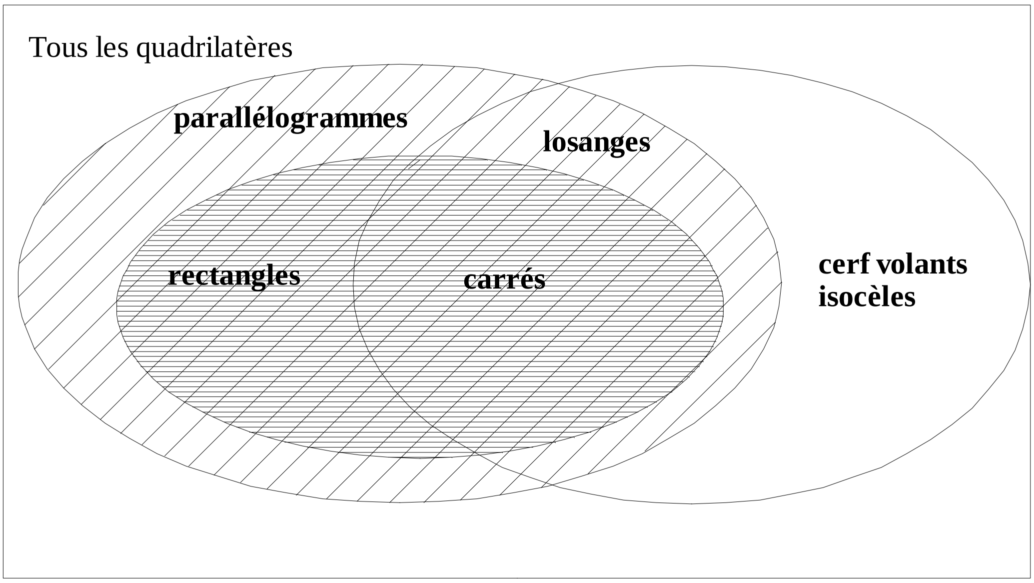
{rectangulos} ∩ {cometas isosceles} = {cuadrados}

Les preguntamos: existe un cuadilatero interessante que no es en alguno conjonto de la figura

Les pedimos entonces: ¿ conozca usted un cuadrilátero interesante quién no aparece en ninguno de estos conjuntos?

Observamos juntos los árboles construidos anteriormente y observamos que el trapecio isósceles no aparece en ninguno de los conjuntos de nuestra figura, aumentamos pues un punto en el universo de los cuadriláteros que representa un trapecio isósceles que no es un parallelogramo, ni una cometa isósceles.





Nous demandons aux élèves d'écrire, en observant la figure, les propriétés des intersections des ensembles, en suivant le modèle :

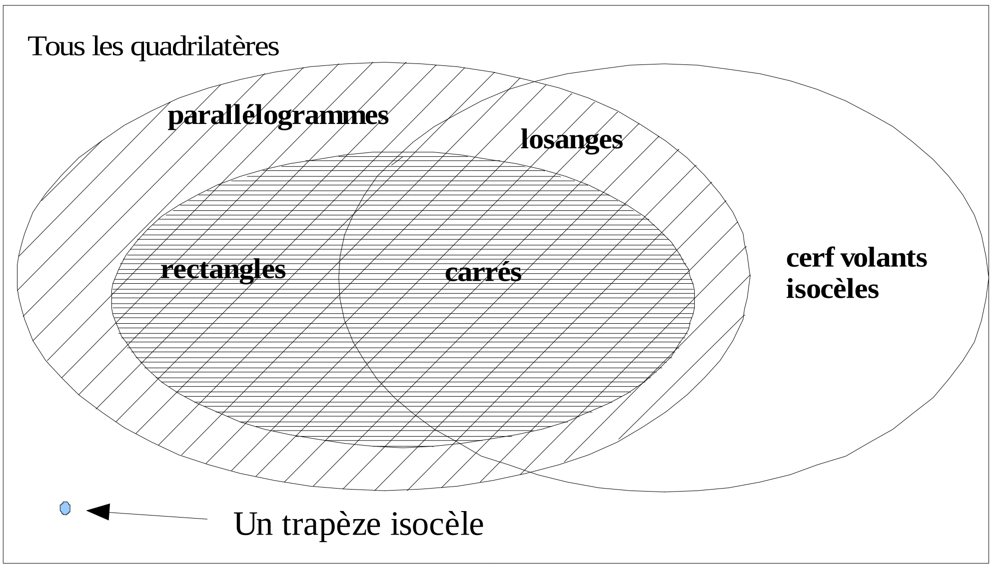
{parallélogrammes} ∩ {cerfs-volants isocèles} = {losanges}.

Ils nous proposent :

{rectangles} ∩ {cerfs-volants isocèles} = {carrés}

Nous leur demandons alors : connaissez vous un quadrilatère intéressant qui n’apparaît dans aucun de ces ensembles ?

Nous observons ensemble les arbres construits précédemment et remarquons que le trapèze isocèle n’apparaît dans aucun des ensembles de notre figure, nous ajoutons donc un point dans l’univers des quadrilatères qui représente un trapèze isocèle qui n’est ni un parallélogramme, ni un cerf-volant isocèle.



PROBLEME OUVERT construction du trapèze isocèle avec trois barrettes de même longueur

I.R.E.M. de Basse-Normandie Équipe Géométrie
Université de Caen France

La casa de los cuadrilateros   La maison des quadrilatères

Nous vous proposons quelques activités autour du classement des quadrilatères . Ce travail fait suite à un article de Nadine Gérard : « L'introduction du cerf-volant dans le programme de sixième » paru dans le bulletin A.P.M.E.P. n°473. L'auteur y soulignait le fait que le classement des quadrilatères, y compris les cerfs-volants est présenté depuis longtemps chez nos voisins allemands et aux Etats-Unis, entre autres, parfois sous la dénomination « Maison des quadrilatères ». Cette dénomination nous a semblé agréable et nous la reprenons ici. Le centre de ce travail est constitué d'une classification à l'aide de systèmes articulés, facilement constructibles par l'élève ou achetable, à prix raisonnable, chez les spécialistes de matériel pédagogique. Nous sommes très enthousiastes à propos de l'apprentissage de la géométrie au collège grâce aux manipulations (voir notre brochure « Nouvelles pratiques de la géométrie » une publication de l'I.R.E.M. de Caen) que ce soit d'outils fabriqués par l'élève, de pliages, de puzzles. Ces travaux, complétés par les travaux sur matériel informatique, permettent à l'élève d'approcher les objets géométriques par différentes voies, c'est-à-dire de construire ses psychomorphismes selon la terminologie de l'un de nous (Ruben Rodriguez Herrera).

Ce travail étant mis en ligne dans le site IREM de Caen, rubrique Relations internationales, paragraphe documents disponibles, nous serons reconnaissants aux lecteurs de nous faire toute remarque constructive :

salles@math.unicaen.fr   ruben.rodriguez@caen.iufm.fr

Les proponemos algunas actividades entorno a la clasificación de los cuadriláteros. Este trabajo es la continuación de un artículo de Nadine Gerardo, docente de colegio(en frances):

" La introducción de la cometa en el programa de sexto " publicado en el boletín A.P.M.E.P. N°473. El autor subrayaba allí el hecho de que la clasificación de los cuadriláteros, incluido las cometas, es presentada desde hace tiempo en paises de Europa y en los Estados Unidos, entre otros, a veces bajo la denominación " Casa de los cuadriláteros ". Esta denominación nos pareció agradable y lo repetimos aquí. El centro de este trabajo está constituido por una clasificación con la ayuda de sistemas articulados y fácilmente constructibles por el alumno o comprables, a precio razonable, en los especialistas de material pedagógico. Somos muy entusiastas a propósito del aprendizaje de la geometría en el colegio gracias a las manipulaciones (Ver nuestro folleto "Nuevas prácticas de la geometría" una publicación del I.R.E.M. de Caen, Francia) es decir a partir de instrumentos fabricados por el alumno, de dobleces, de rompecabeza. Estos trabajos completados por los trabajos con ayuda de la informatica, le permiten al alumno acercarse a los conceptos geométricos por diferentes vías, es decir construir psicomorfismos según la terminología de uno de nosotros (Ruben Rodriguez Herrera).

Sera puesto este trabajo en el sitio informático internet IREM de Caen, bajo la rúbrica Relaciones Internacionales, párrafo documentos disponibles, estaremos muy agradecidos a los lectores de hacernos toda observación constructiva:
>

salles@math.unicaen.fr   ruben.rodriguez@caen.iufm.fr