UNIVERSITÉ DE CAEN
BASSE - NORMANDIE

IREM DE BASSE-NORMANDIE
CAMPUS II – SCIENCES 3 – B. P. 5 186
Boulevard Maréchal Juin, 14032 – CAEN Cédex
Tél. : 02 - 31 - 56 - 74 - 02 – Fax. : 02 - 31 - 56 - 74 - 90
Adresse électronique : irem@math.unicaen.fr
Site Internet : http ://www.math.unicaen.fr/irem/

Histoire des Mathématiques par leur Littérature

Une histoire des probabilités et des statistiques

Stage du PAF (10A0050080 – 18412) – 2ème Session – Mardi 17 mai 2011

Fascicule 4 : Recueil des textes sur les statistiques


À gauche : Constantijn Huygens et ses cinq enfants, par Adriaan Henneman
[Christiaan Huygens, en haut à gauche & Lodewijk Huygens, en bas à droite]
À droite : Portrait de Christiaan Huygens, par Caspar Netscher

Document conçu par le Cercle de Lecture en Histoire des Sciences

Pré-Publication de l'IREM de B.-N. Mai 2011

SOMMAIRE

* * * * *

SOURCES UTILISÉES

1. – John GRAUNT (1620-1674) : *Natural and Political Observations Mentioned in a following Index, and made upon the Bills of Mortality, By John Graunt, Citizen of London. With Reference to the Government, Religion, Trade, Growth, Ayre, Diseases, and the several Changes of the said City. London*, Printed by *Tho:*[mas] *Roycroft*, for *John Martin, James Allestry* and *Tho:*[mas] *Dicas*, at the Sign of the Bell in St. *Paul's* Church-yard, MDCLXII (1662).
– Édition consultée :
—. *Observations naturelles et politiques répertoriées dans l'index ci-après et faites sur les bulletins de mortalité*. Édition critique et traduction par Éric Vilquin. Paris, Institut national d'études démographiques, 1977. Extrait : Chap. IX, §§ 9-11, pp. 105-107 (pp. 60-62 de l'éd. originale).

2. – Louis-René VILLERMÉ (1782-1863) : *Tableau de l'État Physique et Moral des ouvriers employés dans les manufactures de coton, de laine et de soie*. 2 Tomes. Paris, Jules Renouard et Cie, Libraires, rue de Tournon, n° 6, 1840. Extrait : Tome 2d, pp. 248-250.
– Édition consultée :
—. Texte en format numérique (.doc, .pdf et .rtf) de la réédition de 1971 par Yves Tyl, dans la collection 10/18 (n° 582) :
http://classiques.uqac.ca/classiques/villerme_louis_rene/tableau_etat_physique_moral/tableau_etat_physique.html

3. – Achille PENOT (1801-1885) : “Recherches statistiques sur Mulhouse” in *Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse* (1843), n[os] 78 et 79, tome XVI, Mulhouse, Imprimerie de P. Baret, Imprimeur de la Société Industrielle, place du Nouveau-Quartier, n° 21, 1842 (*sic* !!!), pp. 263-533 (éd. consultée). Extrait : pp. 363-364 & 376-377.

4. – Edmund HALLEY (1656-1742) :
– Édition consultée : “An Estimate of the Degrees of the *Mortality* of Mankind, drawn from curious *Tables* of the *Births* and *Funerals* at the City of *Breslaw* ; with an Attempt to ascertain the Price of *Annuities* upon *Lives.* By Mr. *E. Halley*, R.S.S.”, *in : Philosophical Transactions : Giving some Account of the Ingenious, In many Considerable Parts of the World. Vol. XVII. For the Year 1693*. London, Printed for *S. Smith* and *B. Walford*, Printers to the *Royal Society*, at the *Prince's Arms*, in St. *Paul's* Church-yard, 1694 ; n° 196, *For the Month of* January 1693, pp. 596-610.
—. “Une estimation de la mortalité du genre humain, d'après les anciennes Tables des Naissances et Sépultures de la ville de Breslau, suivie d'un Essai pour l'établissement des rentes viagères”, traduction par Jacques Dupâquier *in* : *L'invention de la table de mortalité*, Paris, PUF, 1996, pp. 59-71.

5. – Antoine DEPARCIEUX (1703-1768) : *Essai sur les Probabilités de la Durée de la Vie humaine ; D'où l'on déduit la maniere de déterminer les Rentes viageres, tant simples qu'en Tontines : Précédé d'une courte explication sur les Rentes à terme, ou Annuités ; Et accompagné d'un grand nombre de Tables. Par M. Deparcieux, de la Société Royale des Sciences de Montpellier.* A Paris, Chez les Freres Guerin, rue S. Jacques, vis-àvis les Mathurins, à Saint Thomas d'Aquin, M. DCC. XLVI. (1746). *Avec Approbation & Privilége du Roi* (édition consultée). Extrait : pp. 56-58 & Table XIII (planche XV).
—. Suivi de : *Addition à l'Essai sur les Probabilités de la Durée de la Vie humaine*, A Paris, Chez H. L. Guerin & L. F. Delatour, rue S. Jacques, à Saint Thomas d'Aquin, M. DCC. LX. (1760). *Avec Approbation & Privilége du Roi* (édition consultée). Extrait : p. 27.

6. – Johann Heinrich LAMBERT (1728-1777) :
– Édition consultée :
—. *Contributions mathématiques à l'Étude de la Mortalité et de la Nuptialité (1765 et 1772)*, éd. critique, bilingue, par Jean-Marc Rohrbasser et Jacques Véron ; suivi de : *Les Équations de Lambert*, de Marc Barbut. Paris, INED [Institut National d'Études Démographiques], 2006.

7. – Christiaan HUYGENS (1629-1695) & Lodewijk HUYGENS (1631-1699) : *Correspondance* (manuscrits, 1664-1669).
– Édition consultée :
—. *Œuvres complètes de Christiaan Huygens, publiées par la Société hollandaise des Sciences. Tome VI. Correspondance 1666-1669* (éd. sc. : Johannes Bosscha jr.). La Haye, Martinus Nijhoff, 1895. En part. : pp. 482-485, 515-519, 524-532, 537-539.

8. – Leonhard EULER (1707-1783) : “Recherches générales sur la mortalité et la multiplication du genre humain”, *in* : *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres* [de Berlin]. *Année MDCCLX* (1760, Tome XVI). Berlin, Chez Haude et Spener, Libraires de la Cour & de l'Académie Royale, MDCCLXVII (1767), pp. 144-164 (éd. consultée).
Extrait utilisé : pp. 144-153.

*
*   *

John GRAUNT (1620-1674) :

Natural and Political Observations Mentioned in a following Index, and made upon the Bills of Mortality…, London, 1662.

Édition critique et traduction par Éric Vilquin : *Observations naturelles et politiques répertoriées dans l'index ci-après et faites sur les bulletins de mortalité* (Londres, 1662). Paris, 1977. Extrait : Chap. IX, §§ 9-11, pp. 105-107 (pp. 60-62 de l'éd. originale).

Chapitre XI. Du nombre d'habitants

[…]

9. Nous avons trouvé que, sur 100 individus conçus et animés, 36 environ meurent avant l'âge de 6 ans et peut-être un seul est survivant à 76 ans. Comme il y a 7 décennies entre 6 et 76, nous avons recherché six nombres moyens proportionnels entre 64, le nombre de survivants à 6 ans, et 1, celui qui survit à 76 ans, et nous trouvons que les nombres suivants sont pratiquement assez proches de la vérité, car les Hommes ne meurent pas selon des proportions exactes ni en fractions ; d'où résulte la table suivante :

Sur 100 individus, il en meurt pendant les six premières années	36
Les dix années suivantes ou [1re] décennie	24
La 2e décennie	15
La 3e décennie	9
La 4e	6
La suivante	4
La suivante	3
La suivante	2
La suivante	1

10. Il s'ensuit que, sur ces 100 individus conçus, il en survit

au bout de 6 ans	64
" " de 16 ans	40
" " de 26 ans	25
" " de 36 ans	16
" " de 46 ans	10
" " de 56 ans	6
" " de 66 ans	3
" " de 76 ans	1
" " de 80 ans	0

11. Il s'ensuit également que, de tous ceux qui ont été conçus, il y a actuellement 40 % de survivants au-dessus de 16 ans, 25 au-dessus de 26 ans et ainsi de suite, comme dans la Table précédente. Donc, entre 16 et 56 ans, il y a 40 moins 6, soit 34 individus ; entre 26 et 66 ans, il y en a 25 moins 3, soit 22 et ainsi de suite. […]

*
* *

Louis-René VILLERMÉ (1782-1863) :

Tableau de l'État Physique et Moral des ouvriers employés dans les manufactures de coton, de laine et de soie.

Tome second, Paris, 1840. Extrait : pp. 248-250.

Si d'abord on réunit toutes ces tables de mortalité par professions, pour en construire une table générale, on trouve qu'à tous les âges de la vie, la mortalité est beaucoup plus forte, beaucoup plus rapide à Mulhouse, qu'elle ne l'est dans l'ensemble de la France, de la Belgique, de la Suède, du Danemark, de l'Allemagne, de la Suisse ou de l'Angleterre. C'est au point qu'à Mulhouse, d'après la manière d'évaluer la vie probable, la moitié des enfants n'accomplirait pas l'âge de huit ans (1), tandis que dans chacun des pays que je viens de nommer, pris en masse, ils parviennent à l'âge de vingt ans ou de vingt-cinq ans. Le terme moyen est environ treize ans et demi dans le département entier du Haut-Rhin, pour la période de 1814 à 1833 inclusivement, d'après la table encore manuscrite de M. Demonferrand.

Note (1)

M. Achille Penot, professeur de chimie à Mulhouse, a fait des recherches et des calculs sur la durée probable et sur la durée moyenne de la vie dans cette ville, pour les seize années consécutives de 1812 à 1827 inclusivement. […] Les résultats de ce travail sont les suivants :

1° À Mulhouse, *la moitié des enfants n'atteint pas la dixième année*.

2° *La durée de la vie moyenne a beaucoup diminué à Mulhouse, pendant la période des observations*. […]

Nous voyons ici la *vie moyenne* au-dessus de 25 ans avant 1821 et beaucoup au-dessous depuis lors, c'est-à-dire depuis le grand développement des manufactures de coton. Par conséquent, j'ai pu trouver, pour une époque plus récente, pendant laquelle les manufactures ont pris encore une nouvelle extension, la *vie probable* (ou l'âge qui sépare les décédés en deux moitiés égales, une plus jeune et l'autre plus âgée), de deux ans plus courte que M. Penot ne l'avait trouvée pour les seize années entières que comprennent mes recherches.

*

*   *

Achille PENOT (1801-1885) :

“Recherches statistiques sur Mulhouse” (1843),
in : *Bulletin de la Société industrielle de Mulhouse*, n° 78 et 79, tome XVI, pp. 263-533, Mulhouse, 1842 Extrait : pp. 363-364 & 376-377.

[Pages 363-364]

[…]
Lorsque j’ai voulu connaître la vie moyenne à Mulhouse, j’ai suivi une marche très longue, il est vrai ; mais à mes yeux la seule certaine, surtout dans une ville où les éléments de la population varient sans cesse. Pour un espace de seize années consécutives, de 1812 à 1827, j’ai fait la somme des âges de toutes les personnes décédées, et je l’ai divisé par le nombre des décès. J’ai obtenu ainsi l’âge moyen auquel chacun est parvenu ; et j’ai trouvé 25 ans et 13 jours, pour les deux sexes réunis.

[Pages 376-377]

[…] on entend par vie probable à la naissance, l’âge auquel parviennent la moitié des enfants nés en même temps ; d’où il suit que la vie probable calculée pour un certain nombre d’individus, est l’âge auquel sont morts la première moitié de ces mêmes individus. […] On voit par là qu’il faut bien se garder de confondre la vie probable avec la vie moyenne, toujours plus longue.

*
*   *

Edmund HALLEY (1656-1742) :

"Une estimation de la mortalité du genre humain, d'après les anciennes Tables des Naissances et Sépultures de la ville de Breslau, suivie d'un essai pour l'établissement des rentes viagères",

extrait des *Philosophical Transactions…* pour l'année 1693 (impr. Londres, 1694), n° 196, *For the Month of* January 1693, pp. 596-610, traduit par Jacques Dupâquier *in* : *L'invention de la table de mortalité*, PUF, 1996, pp. 59-71.

J'ai dressé la table ci-dessous, dont les usages sont multiples et qui donne, de l'état et de la condition de genre humain, une idée plus juste que tout ce qui existe maintenant à ma connaissance. Elle donne le nombre des personnes de tous âges dans la ville de Breslau, depuis la naissance jusqu'à l'extrême vieillesse et indique donc les risques de mortalité à chaque âge ; elle indique aussi comment faire une estimation certaine de la valeur des rentes viagères, ce qui n'a été fait que par évaluation imaginaire ; elle indique également les chances qu'il y a pour qu'une personne de tel âge vive jusqu'à tel autre âge ; et beaucoup d'autres choses encore comme je vais le montrer plus loin. Cette table donne le nombre des personnes vivant dans la classe d'âges correspondante, comme suit :

Classes d'âge	Pers.	Classes d'âge	Pers.	Classes d'âge	Pers.	Classes d'âge	Pers.	Classes d'âge	Pers.	Classes d'âge	Pers.
1	1000	8	680	15	628	22	586	29	539	36	481
2	855	9	670	16	622	23	579	30	531	37	472
3	798	10	661	17	616	24	573	31	523	38	463
4	760	11	653	18	610	25	567	32	515	39	454
5	732	12	646	19	604	26	560	33	507	40	445
6	710	13	640	20	598	27	553	34	499	41	436
7	692	14	634	21	592	28	546	35	490	42	427

Classes d'âge	Pers.	Classes d'âge	Pers.	Classes d'âge	Pers.	Classes d'âge	Pers.	Classes d'âge	Pers.	Classes d'âge	Pers.
43	417	50	346	57	272	64	202	71	131	78	58
44	407	51	335	58	262	65	192	72	120	79	49
45	397	52	324	59	252	66	182	73	109	80	41
46	387	53	313	60	242	67	172	74	98	81	34
47	377	54	302	61	232	68	162	75	88	82	28
48	367	55	292	62	222	69	152	76	78	83	23
49	357	56	282	63	212	70	142	77	68	84	20

[…] Troisième usage : si l'on s'inquiète de savoir à quel âge il est probable qu'une personne d'un âge quelconque meure, on peut aussitôt le savoir grâce à la table : car si on divise par deux le nombre des personnes vivantes à l'âge donné, on trouvera d'après la table, en quelle année ce nombre se trouve réduit de moitié par mortalité ; c'est cet âge qu'on peut parier qu'une personne d'un âge donné atteigne avant de mourir. Par exemple : pour une personne de 30 ans le nombre de personnes de cet âge est de 531 ; la moitié est de 265, lequel nombre se situe entre 57 et 58 ans ; si bien qu'un homme de 30 ans peut raisonnablement espérer vivre 27 ou 28 ans.

*

*   *

Antoine DEPARCIEUX (1703-1768) :

Essai sur les Probabilités de la Durée de la Vie humaine…
Paris, Guerin, 1746, pp. 56-58.
Et : *Addition à l'Essai…*
Paris, Guerin & Delatour 1760, p. 27.

Essai…, Paris, 1746, pages 56-58

[…] La troisième colonne [*dans le tableau ci-dessous il s'agit de la quatrième ligne*] de chaque ordre de mortalité, contient les vies moyennes des personnes de tous les âges. On entend ici par vie moyenne le nombre d'années que vivront encore, les unes portant les autres, les personnes de l'âge correspondant à cette vie moyenne. […]

Pour trouver la vie moyenne ou commune des 118 Rentiers de l'âge de 80 ans, multipliez le nombre de morts de chaque année depuis l'âge de 80 ans par le nombre des années qu'ils auront vécu depuis l'âge de 80 ans, jusqu'au dernier vivant.

Si on suppose, comme on doit le faire, qu'ils meurent tous au milieu de l'année dans laquelle ils meurent, afin de prendre un milieu entre ceux qui meurent au commencement, & ceux qui meurent à la fin, on aura à multiplier 17 par 6 mois, 16 par un an & 6 mois, 14 par 2 ans & 6 mois, 12 par 3 ans & 6 mois, & ainsi de suite jusqu'au dernier. Ajoutez ensuite tous les produits ensemble ; la somme sera 553 ans, qui est le nombre des années que ces 118 personnes auront vécu entr'elles depuis l'âge de 80 ans. Divisez la somme 553 par les 118 personnes ; le quotient 4 ans & 8 mois est la vie moyenne des personnes de 80 ans, ou ce qu'une personne de cet âge peut encore espérer vivre.

On voit donc qu'on entend ici par vie moyenne le temps qu'ont encore à vivre les personnes d'un âge quelconque, non compris celui qu'elles ont déjà vécu. Il y a une autre manière de trouver la vie moyenne, qui est bien plus courte que la précédente, mais peut-être moins aisée à sentir : la voici.

Ajoutez ensemble tous les nombres des personnes qui restent à chaque année, depuis & compris celui dont vous voulez avoir la vie moyenne, dans l'exemple ci-dessous, 118, 101, 85, 71, 59, &c. jusqu'au dernier vivant ; la somme sera 612 : divisez-la par le premier 118 de ceux que vous avez ajoutés, & dont vous voulez avoir la vie moyenne, le quotient sera 5 ans & 2 mois, d'où retranchant 6 mois, le reste 4 ans & 8 mois est la vie moyenne qu'on cherche, comme ci-devant. On retranche 6 mois du quotient, parce que par cette manière de compter, on les suppose tous mourir à la fin de l'année, au lieu qu'on doit les supposer tous mourir au milieu : on a donc compté 6 mois de trop une fois pour chacun, qui est ce qu'on ôte du quotient après la division. […]

Addition à l'Essai …, Paris, 1760, page 27

[…] J'ai dit, page 56, que j'entends par vie moyenne ou commune le nombre d'années qu'ont encore à vivre, les uns portant les autres, un nombre de personnes du même âge, & non le temps au bout duquel il sera mort la moitié des personnes auxquelles appartient la vie moyenne, comme l'ont cru quelques personnes. […]

Extrait de la table XIII de l'*Essai…*

Ordre établi par l'Auteur sur les listes des Tontines de 1689, & 1696.

Âges	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Morts de chaque âge				30	22	18	15	13	12	10
Personnes vivantes à chaque âge			1000	970	948	930	915	902	890	880
Vies moyennes ans.mois			47.8	48.1	48.3	48.2	48.0	47.8	47.4	46.10

Âges	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Morts de chaque âge	8	6	6	6	6	6	7	7	7	7
Personnes vivantes à chaque âge	872	866	860	854	848	842	835	828	821	814
Vies moyennes ans.mois	46.3	45.8	44.11	44.2	43.6	42.10	42.2	41.6	40.10	40.3

Ages	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Morts de chaque âge	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8
Personnes vivantes à chaque âge	806	798	790	782	774	766	758	750	742	734
Vies moyennes ans.mois	39.7	39.0	38.5	37.9	37.2	36.7	35.11	35.4	34.8	34.1

Ages	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Morts de chaque âge	8	8	8	8	8	8	8	7	7	7
Personnes vivantes à chaque âge	726	718	710	702	694	686	678	671	664	657
Vies moyennes ans.mois	33.5	32.10	32.2	31.6	30.11	30.3	29.7	28.11	28.2	27.6

Ages	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Morts de chaque âge	7	7	7	7	7	7	8	8	9	9
Personnes vivantes à chaque âge	650	643	636	629	622	615	607	599	590	581
Vies moyennes ans.mois	26.9	26.1	25.4	24.7	23.11	23.2	22.5	21.9	21.1	20.5

Ages	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
Morts de chaque âge	10	11	11	11	12	12	12	13	13	13
Personnes vivantes à chaque âge	571	560	549	538	526	514	502	489	476	463
Vies moyennes ans.mois	19.9	19.1	18.6	17.10	17.3	16.8	16.0	15.5	14.10	14.3

Ages	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
Morts de chaque âge	13	13	14	14	14	15	16	17	18	19
Personnes vivantes à chaque âge	450	437	423	409	395	380	364	347	329	310
Vies moyennes ans.mois	13.8	13.0	12.5	11.10	11.3	10.8	10.1	9.7	9.1	8.8

Ages	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
Morts de chaque âge	19	20	20	20	20	19	19	19	18	18
Personnes vivantes à chaque âge	291	271	251	231	211	192	173	154	136	118
Vies moyennes ans.mois	8.2	7.9	7.4	6.11	6.6	6.1	5.9	5.4	5.0	4.8

Ages	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
Morts de chaque âge	17	16	14	12	11	10	9	7	6	5
Personnes vivantes à chaque âge	101	85	71	59	48	38	29	22	16	11
Vies moyennes ans.mois	4.5	4.1	3.10	3.6	3.2	2.11	2.8	2.4	2.0	1.9

Ages	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
Morts de chaque âge	4	3	2	1	1					
Personnes vivantes à chaque âge	7	4	2	1	0					
Vies moyennes ans.mois	1.6	1.3	1.0	0.6	0.0					

*
* *

Johann Heinrich LAMBERT (1728-1777) :

Contributions mathématiques à l'Étude de la Mortalité et de la Nuptialité (1765 et 1772).
Éd. critique, bilingue, par Jean-Marc Rohrbasser et Jacques Véron, Paris, INED, 2006.

Intitulés des colonnes : Âges – Nombre des décès – Survivants – Cumul décroissant – Ratio col. 3/col. 2 (Force vitale) – Ratio col. 4/col. 3 (Vie moyenne) – Âge médian

Zum §. 24. der Anmerkungen über die Sterblichkeit.

Alter Jahre.	Jährlich sterbende.	Lebende.	Summe der Lebenden.	Es stirbt einer von	Mittlere Alter.	Alter, wo die Hälfte gestorben.
0	2610	10000	295022	4	29,5	22,6
1	610	7390	285022	12	40,2	40,5
2	340	6780	277632	20	42,1	44,4
3	233	6440	270852	27	45,0	46,7
4	169	6207	264412	37	46,7	48,3
5	140	6038	258205	43	47,7	49,5
6	116	5898	252167	51	48,5	50,2
7	96	5782	246269	60	49,6	51,0
8	80	5686	240487	71	50,3	51,6
9	68	5606	234801	82	50,9	52,0
10	58	5538	229195	95	51,4	52,4
11	50	5480	223657	110	51,8	52,8
12	45	5430	218177	121	52,2	53,1
13	42	5385	212747	128	52,5	53,3
14	39	5343	207362	137	52,8	53,6
15	37	5304	202019	143	53,1	53,8
16	35	5267	196715	151	53,3	54,0
17	33	5232	191448	159	53,6	54,2
18	36	5199	186216	144	53,8	54,4
19	39	5163	181017	132	54,1	54,6
20	43	5124	175854	119	54,3	54,8
21	48	5081	170730	106	54,6	55,1
22	54	5033	165649	93	54,5	55,3
23	58	4979	160616	86	55,2	55,6
24	62	4921	155637	79	55,6	55,9
25	65	4859	150716	75	56,0	56,3
26	67	4794	145857	72	56,4	56,7
27	69	4727	141063	69	56,8	57,0
28	70	4658	136336	67	57,3	57,4
29	71	4588	131678	65	57,7	57,8
30	72	4517	127090	63	58,1	58,1
31	74	4445	122573	60	58,6	58,5
32	75	4371	118128	58	59,0	58,9
33	77	4296	113757	56	59,5	59,3
34	79	4219	109461	54	59,9	59,7
35	80	4140	105242	52	60,4	60,1
36	80	4060	101102	51	60,9	60,5
37	81	3980	97042	49	61,4	60,9
38	81	3899	93062	48	61,9	61,3
39	80	3818	89163	48	62,4	61,7
40	80	3738	85345	47	62,8	62,1
41	79	3658	81607	46	63,3	62,5
42	78	3579	77949	45	63,8	62,9
43	77	3501	74370	45	64,2	63,2
44	76	3424	70869	45	64,7	63,6
45	75	3348	67445	44	65,1	64,0
46	75	3273	64097	44	65,5	64,3
47	76	3198	60924	42	66,0	64,7
48	77	3122	57626	41	66,4	65,0
49	78	3045	54504	39	66,9	65,4
50	80	2967	51459	37	67,3	65,8
51	82	2887	48492	35	67,8	66,2
52	84	2805	45605	33	68,2	66,6
53	86	2721	42800	32	68,7	67,0
54	88	2635	40079	30	69,2	67,5
55	90	2547	37444	28	69,7	67,9
55	90	2547	37444	28	69,7	67,9
56	92	2457	34897	27	70,2	68,4
57	94	2365	32440	25	70,7	68,9
58	96	2271	30075	24	71,2	69,4
59	98	2175	27804	22	71,8	70,0
60	100	2077	25629	21	72,3	70,6
61	101	1977	23552	20	72,9	71,2
62	103	1876	21575	18	73,5	71,9
63	105	1773	19699	17	74,1	72,4
64	104	1668	17926	16	74,7	73,1
65	102	1564	16258	15	75,4	73,7
66	99	1462	14694	15	76,0	74,4
67	95	1363	13232	14	76,7	75,1
68	92	1268	11869	14	77,4	75,7
69	88	1176	10601	13	78,0	76,3
70	85	1088	9425	13	78,7	76,9
71	82	1003	8337	12	79,4	77,5
72	80	921	7334	12	80,0	78,1
73	79	841	6413	11	80,6	78,7
74	77	762	5572	10	81,3	79,3
75	75	685	4810	9	82,0	79,9
76	73	610	4125	8	82,7	80,6
77	70	537	3515	8	83,5	81,3
78	66	467	2978	7	84,3	82,0
79	62	401	2511	6	85,2	82,8
80	56	339	2110	6	86,2	83,6
81	50	283	1771	6	87,2	84,5
82	43	233	1488	5	88,4	85,7
83	35	190	1255	5	89,6	87,4
84	25	155	1065	6	90,8	89,3
85	18	130	910	7	92,0	90,9
86	13	112	780	9	92,9	92,0
87	10	99	668	10	93,7	92,8
88	9	89	569	10	94,4	93,6
89	9	80	480	9	95,0	94,1
90	8	72	400	9	95,5	94,7
91	8	64	328	8	96,1	95,3
92	8	56	264	7	96,7	95,9
93	7	48	208	7	97,3	96,5
94	7	41	160	6	97,9	97,1
95	7	34	119	5	98,5	97,7
96	6	27	85	4	99,2	98,3
97	6	21	58	3	99,8	98,9
98	5	15	37	3	100,5	99,5
99	4	10	22	2	101,2	100,3
100	3	6	12	2	102,0	101,0
101	1	3	6	2	103,0	102,5
102	1	2	3	2	103,5	103,0
103		1	1		104,0	

§ 36

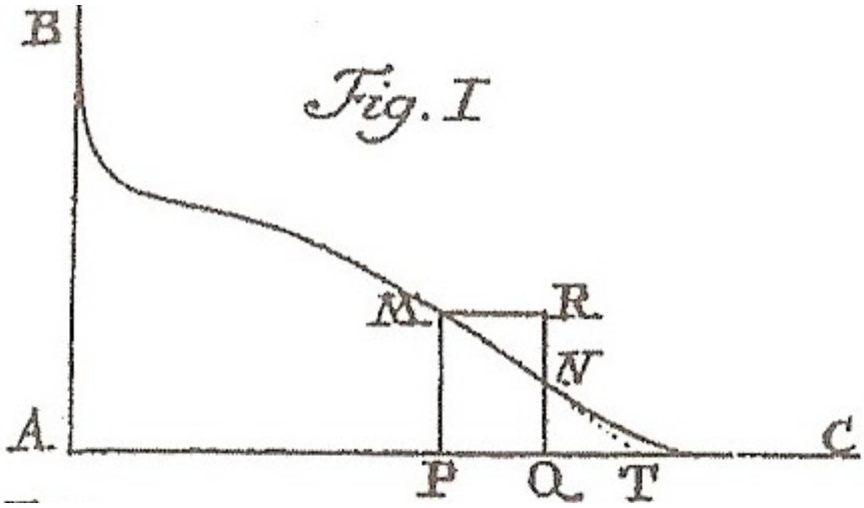
On pourrait d'ailleurs penser que les nombres de la sixième et de la septième colonne devraient entièrement concorder. La sixième donne la durée moyenne de la vie de toutes les personnes qui ont ensemble un même âge. La septième, elle, indique l'âge probable de chacune de ces personnes en particulier, pour autant que celui-ci est déterminé par la moitié d'entre elles qui ont disparu. Il semble que ces deux déterminations devraient concorder, et si la différence dans la première année n'était pas très grande, on pourrait aisément conclure que les très petites différences des autres années proviennent tout simplement de ce que les observations dont les tables sont tirées souffrent de quelques petites inexactitudes parce qu'elles ne s'étendent pas sur un aussi grand espace de temps, etc.

§ 37

Mais cette conclusion ne va pas bien. Or, il vaut la peine de voir d'où proviennent les différences entre les deux colonnes et pourquoi, s'il doit y en avoir, elles ne sont pas plus grandes ; je vais donc poursuivre un peu cette recherche.

§ 38

Je suppose donc premièrement que les deux dernières colonnes doivent entièrement concorder ; la question se pose de savoir jusqu'à quel point on peut alors déterminer la loi de la mortalité ?



On représente les années d'âge par les abscisses AP, AQ, AC, et les ordonnées AB, PM, QN doivent indiquer combien d'entre les nouveaux-nés vivent encore à chaque âge. Ainsi sont représentés les nombres de la troisième colonne. Prenons maintenant un âge quelconque AP qui correspond à un nombre PM de survivants. Puis soit AQ l'âge où la moitié de ces derniers sont encore en vie ; QN est donc égal à $\frac{1}{2}\,PM$; AQ est donc l'âge probable de chacun de ceux qui atteignent l'âge AP, et, pour chaque année AP, les AQ seront les nombres d'années indiqués dans la septième colonne.

§ 39

Au contraire, on trouve l'âge moyen en divisant la surface PCM par PM et en ajoutant AP au quotient. Comme AQ doit aussi être l'âge moyen, il suffit de compléter le rectangle $PMRQ$ dont la surface sera égale à la surface PCM.

En effet $\dfrac{PCM}{PM} = PQ$ et $\dfrac{PMRQ}{PM} = PQ$ donc $PCM = PMRQ$.

§ 40

Posons maintenant

$$PC = x \qquad QC = \xi$$
$$PM = y \qquad QN = \tfrac{1}{2}y$$

Et pour la courbe en général $\quad x = ay^n + by^m + \text{etc.}$

donc on a $\quad PCM = \int ydx = \dfrac{n}{1+n}ay^{n+1} + \dfrac{m}{1+m}by^{m+1} + \text{etc.}$

donc $\quad \dfrac{PCM}{PM} = \dfrac{n}{1+n}ay^n + \dfrac{m}{1+m}by^m + \text{etc.} = PQ.$

§ 41

Ensuite $\quad \xi = a\left(\tfrac{1}{2}\right)^n y^n + b\left(\tfrac{1}{2}\right)^m y^m + \text{etc.}$

donc $\quad x - \xi = a\left(1 - \left(\tfrac{1}{2}\right)^n\right)y^n + b\left(1 - \left(\tfrac{1}{2}\right)^m\right)y^m + \text{etc.} = PQ.$

§ 42

De ces deux valeurs de PQ, il suit

$$\frac{n}{1+n}ay^n + \frac{m}{1+m}by^m + \text{etc.} = \left(1 - \left(\tfrac{1}{2}\right)^n\right)ay^n + \left(1 - \left(\tfrac{1}{2}\right)^m\right)by^m + \text{etc.}$$

Les membres correspondants peuvent ici être comparés, et comme ils ont la même forme, nous prendrons le premier. Nous avons donc $\dfrac{n}{1+n} = 1 - \left(\tfrac{1}{2}\right)^{[n]}$.

D'où suit $\quad 2^n = 1 + n.$

Cette égalité ne donne pour n que deux valeurs réelles, à savoir $\quad n = 0,$
$n = 1.$

En gardant les deux, on trouve seulement $\quad x = a + by,$
et c'est pourquoi $BMNC$ devrait être une droite. Elle ne l'est cependant pas, et ainsi il ne s'ensuit pas que l'âge moyen et l'âge probable concordent entièrement.

§ 43

En ce qui concerne l'âge moyen en général, nous avons maintenant $\dfrac{\int ydx}{y} = x - \xi$.

En différentiant cette égalité, nous avons $\quad dx - \dfrac{dy.\int ydx}{yy} = dx - d\xi,$

donc $\quad d\xi = \dfrac{dy}{yy}.\int ydx = \dfrac{dy}{y}\left(x - \xi\right).$

Il suit $\quad x - \xi = \dfrac{yd\xi}{dy}.$

Si QN est de manière générale dans une proportion constante avec PM, de sorte que

$$QN = py = \eta,$$
$$d\eta = pdy,$$

alors nous avons $\quad \dfrac{yd\xi}{dy} = \dfrac{\eta d\xi}{d\eta},$

ce qui est l'expression de la sous-tangente QT. Nous aurons dès lors, dans tous les cas où $\eta = py$,

$$QT = PQ.$$

§ 44

Supposons à présent que la courbe $BMNC$ soit de forme parabolique, de sorte que $y = ax^q$.

Alors
$$\frac{\int ydx}{y} = \frac{1}{q+1}.\ x = PQ,$$

donc
$$CQ = \xi = \frac{q}{q+1}.\ x.$$

$$QN = \eta = ax^q.\ \left(\frac{q}{q+1}\right)^q = \left(\frac{q}{q+1}\right)^q.\ y,$$

par conséquent QN est dans un rapport constant avec PM et, par conséquent également,

$$QT = PQ = \frac{1}{q+1}.\ x.$$

Si l'on avait également en général
$$\left(\frac{q}{q+1}\right)^q = \tfrac{1}{2},$$

l'âge moyen et l'âge probable concorderaient. Mais cette égalité n'a lieu que si $q = 1$.

Si q n'est pas égal à 1, alors on obtient deux ordonnées différentes pour ces deux âges, qui sont dans la proportion de $\left(\frac{q}{q+1}\right)^q$ à $\tfrac{1}{2}$.

Quant aux abscisses, elles sont dans la proportion de

$$\frac{q}{q+1} \text{ à } \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{q}}.$$

On pose pour q l'ordre selon les valeurs 1, 2, 3 etc., on a pour

$q =$ 1	la proportion	0,50000 : 0,50000
2	··	0,66667 : 0,70711
3	··	0,75000 : 0,79370
4	··	0,80000 : 0,84090
5	··	0,83333 : 0,87055
6	··	0,85714 : 0,89090
7	··	0,87500 : 0,90572
etc.,		

d'où l'on voit que, de manière générale, pour chaque valeur de q, cette proportion se rapproche de très près de l'égalité. Dans la table, ceci se produit d'autant plus que la ligne s'infléchit selon que l'âge moyen est tantôt plus élevé, tantôt moins, que l'âge probable.

*
* *

Christiaan HUYGENS (1629-1695) & Lodewijk HUYGENS (1631-1699) : *Correspondance* (1669),

Œuvres complètes de Christiaan Huygens, publiées par la Société hollandaise des Sciences. Tome VI. Correspondance 1666-1669 (éd. sc. : Johannes Bosscha jr.).
La Haye, Martinus Nijhoff, 1895. En part. : pp. 482-485, 515-519, 524-532, 537-539.

Page 482

N° 1755. [Lodewijk Huygens] à Christiaan Huygens. 22 août 1669.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens. Chr. Huygens y répondit par le No. 1756.

A La Haije ce 22 Aoust 1669.

Le desordre qui est dans les postes est cause que depuis 3. sepmaines nous n'avons point eu de vos nouvelles, et je n'entend point dire encore qu'on ij ait mis du remede. Entre autres incommoditez que j'en ressens c'est que je ne sçaij ou j'en suis de ma Perruque[(1)], dont cependant je commence avoir grand besoin, car je ne sçaurois me resoudre d'en faire faire icij un autre, tant que j'attends celle la. ne negligez rien, s'il vous plait, pour me la faire avoir au plutost.

Si nos lettres ont esté plus heureuses que les vostres, vous aurez eu souvent de nos nouvelles pendant la dite interruption, et c'est pour cela que je ne croij pas qu'il me reste beaucoup à vous mander. vous aurez sçeu la mort de Monsieur de noortwijck[(2)], et que Monsieur de la Lecq[(3)] luij a succedé dans son gouvernement[(4)]. Le gouverneur de Hulst, Bont[(5)], est mort aussi depuis un jour ou deux. l'Admiral Gent demande à luij succeder.

Je ne sçaij si quelqu'un vous aura mandé que le mariage de notre illustre heritiere[(6)] de Bennebroek avec Warmenhuijsen[(7)] est rompu, et ce non obstant une promesse de mariage conceüe en termes fort precis, qu'ils s'estoijent donnez reci-

[Page 483]

proquement. Elle s'excuse sur la volonté de ses Parens, qui n'ij veulent pas consentir, à cause de l'humeur un peu brusque du Cavalier. Voijlà la deuxiesme infidelité

---

(1) Consultez la Lettre N° 1753.

(2) Wigbold van der Does mourut le 11 août 1669.

(3) Maurits Lodewijk Comte de Nassau la Lecq.

(4) La charge de Maître Général d'Artillerie de l'armée des Provinces-Unies.

(5) Willem de Bondt, gouverneur de Hulst, ne mourut que le 28 décembre 1670.

(6) Adriaen Pauw, seigneur de Bennebroek, avait épousé sa cousine Cornelia Pauw (consultez la Lettre N° 1574, note 5). Ils eurent cinq filles : *a*) Anna Cornelia, baptisée le 30 juin 1645, *b*) Clara Cornelia, baptisée le 3 juin 1646, *c*) Anna Christina, baptisée le 9 février 1648, morte peu après, *d*) Anna Christina, baptisée le 30 août 1649, *e*) Adriana Cornelia, baptisée le 5 septembre 1655.

(7) Nicolaas Sohier de Vermandois, seigneur de Warmenhuyzen, Crabbendam etc., né en 1645 et mort en mars 1691, a pourtant épousé Anna Christina Pauw; ils n'eurent qu'une fille, Adrienne Constance, qui vendit sa campagne Oud Poelgeest, près de Leiden, le 21 août 1714, à Herman Boerhaave. Son grand-père Nicolaas possédait environ 4 millions de florins, et avait fait bâtir en 1625, à Amsterdam, la célèbre maison 'huis met de hoofden' (maison aux têtes).

feminine cependant que nous voijons arriuer depuis peu. Celle de Jacoba[8] est la premiere.

Moggershill[9] et sa femme[10], auec Monsieur de Leeuwen et la sienne[11] sont allez faire un tour au païs de Gueldre et à Cleve. Je croij qu'ils reviennent cette sepmaine. Le Signor Padre en va faire demain un autre du costè de Haerlem, Amsterdam, Utrecht etc. ou il mettra aussi quelque 9. ou 10 jours, mais ce qui me deplait c'est qu'il ij va tout seul dans son carosse; non pas que j'eusse grande envie de l'accompagner, mais je voudrois qu'il eust fait partie auec quelq'autre monde, dans l'aage ou il est.

A propos d'age, j'aij fait une Table ces jours passez du temps qu'il reste à vivre, à des personnes de toute sorte d'aage. C'est une consequence que j'aij tiré de cette table du livre Anglois of the Bils of mortalitij[12], de la quelle je vous envoije icij une copie[13], afin que vous preniez la peine de faire un peu les mesmes supputations, et que nous puissions voir comme nos calculs s'accorderont. J'advoüe que j'aij eu assez de peine d'en venir a bout, mais à vous il n'en sera pas de mesme, et les consequences qui en resultent sont fort plaisantes et peuvent mesme estre utiles pour les constitutions des rentes à vie. La question est jusqu'a quel aage doibt vivre naturellement un enfant aussi tost qu'il est conceu. Puis un enfant de 6. ans, puis un de 16. ans, de 26. etc. Si vous ij trouvez de la difficulté ou trop d'embaras, je m'offre à vous faire part de ma methode, qui est asseurée, par la premiere occasion.
Adieu.

Selon mon calcul vous vivrez environ jusqu'à l'aage 56. ans et demij.
Et moij jusqu'a 55.

A Monsieur Monsieur CHR. HUIJGENS DE ZUIJLICHEM
à Paris.

[Page 484]

Nº 1756. Christiaan Huygens à Lodewijk Huygens. 28 août 1669.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens. Elle est la réponse au No. 1755.

A Paris ce 28 Aoust 1669.

Ie crois avoir receu la pluspart des lettres de mon Pere et des vostres, comme encore les dernieres du 22 de ce mois. Et j'ay en chemin quelques responses quoyque non pas a toutes, voyant qu'elles sont arrestees en chemin.

I'ay envoiè entre autres une exacte description a Mon Pere et assez longue de l'invention de mon clavier mobile qu'il m'avoit demandee.

I'ay envoiè vostre perruque par Monsieur van der Mijle[1] qui est parti il y a 15 jours. Elle est dans une boëte cachetée avec l'inscription pour vous. Envoiez moy mon argent par quelque voiageur de connoissance quand il s'en presentera.

---

(8) Jacoba Victoria Bartelotti, qui s'était engagée avec Hendrik de Pickere (Consultez la Lettre Nº 1748). L'opposition de Jan Six, bourgmestre d'Amsterdam, le 29 juin 1669, avait empêché le mariage.

(9) Philips Doublet.

(10) Susanna Huygens.

(11) Sur Alida Paets, Madame van Leyden van Leeuwen, voir la Lettre Nº 237, note 4.

(12) Voir, sur cet ouvrage de John Graunt, la Lettre Nº 997, note 7.

(13) Voir la pièce N° 1772.

(1) Sur Engelbert van der Myle, voir la Lettre Nº 835, note 11.

I'ay aussi envoiè a mon Pere des yeux de verre pour mettre a mon masque de plastre[2], par un gentilhomme d'icy que je luy ay recommandè par lettre. Et dans une autre, j'ay enfermè les verres d'une petite lunette qu'il attendoit.

Ie vous remercie de vos nouuelles et j'ay bien de la joye d'apprendre par toutes les lettres del Signor Padre que tout le monde par dela se porte bien. Ie n'ay pas le temps de faire autre depesche maintenant que cellecy, ayant encore a mettre au net, un assez long discours[3] que je doibs lire cette apresdinée dans nostre assemblée. C'est touchant la cause de la pesanteur.

C'est beaucoup fait a vous, d'avoir peu faire le calcul des aages, dont vous dites estre venu a bout. Mais a fin que ce calcul fust exact il faudroit avoir une table qui marquast d'année en année combien il meurt des personnes de 100 qu'on suppose, et il faut que vous l'ayez suppléée par quelque moyen comme j'en scay pour cela, ou autrement vous ne scauriez determiner au vray, combien doibt vivre une personne de 6, 16 ou 26 ans &c. et encore moins de quelque aage moyen entre ceux la. comme vous l'avez entrepris de vous et de moy. Ie crois donc que vous n'en decidez qu'a peu pres.

[Page 485]

Ce que je puis conclure de certain par les donnez de la table c'est que qui gageroit qu'un enfant nouveau nè (ou conceu comme vous dites, mais il me semble que l'Anglois ne parloit pas des conceus car comment en peut on tenir registre) vivra a 16 ans, prendroit le mauvais party et hazarderoit 4 contre 3. De mesme qui gageroit qu'une personne de 16 ans vivra jusqu'a 36, il hazarde tout de mesme 4 contre 3.

J'ay envie de suppleer la table comme j'ay dit et resoudre les problemes qu'on peut proposer en cette matiere qui est assez subtile. Vostre methode ne scauroit estre la mesme que la miene, et je seray bien aise de la voir. Adieu.

A Monsieur Monsieur L. HUGENS DE ZULICHEM
A la Haye.

[Page 515]

N° 1771. Lodewijk Huygens à Christiaan Huygens. 30 octobre 1669.

La lettre se trouve à Leiden, coll. Huygens. Elle est la réponse aux Nos 1756 *et* 1765.
Chr. Huygens y répondit par les Nos. 1775 *et* 1776.

A la Haye le 30 octobre 1669.

J'aij receu depuis peu de jours deux de vos lettres la premiere vieille de 6. sepmaines l'autre de 15. jours. Tout ce que vous auez envoyé à Mon Pere je dis jeux[1] de verre, verres pour la lunette, description de vostre clavier etc. est bien arrivé, comme vous aurez appris sans doute par luij mesme[2] de temps en temps. Je ne scaij pourquoij Monsieur van der Mijle a voulu ouvrir la boiste ou vous dites avoir mis la

(2) Chr. Huygens avait fait faire ce masque de plâtre lors de son voyage en Angleterre en 1663. Consultez les Lettres Nos 1139 et 1140.

(3) D'après les Registres des premières années de l'Académie des Sciences, ce fut, en effet, dans la séance du mercredi 28 août que Chr. Huygens lut son 'Discours de la cause de la pesanteur.' Ce discours n'a été publié qu'en 1690, à la suite du 'Traité de la Lumiere' sous le titre : Discovrs de la Cavse de la Pesantevr. Par C.H.D.Z. A Leide, chez Pierre van der Aa, Marchand Libraire. MDCXC. in-4°.

(1) Lisez : yeux.

(2) Nous n'avons rien trouvé de ces lettres de Const. Huygens, père.

Perruque, car il me l'a baillee toute nüe sans boiste ou enveloppe aucune. Il est vraij que les doüaniers la pourroijent avoir ouverte, mais aussi devroit il me l'auoir dit.

J'advoüe que mon calcul des aages n'est pas tout à fait juste mais il ij a si peu à dire que cela n'est aucunement considerable, et d'autant moins que la table Angloise, sur laquelle nous nous fondons, n'est pas dans ceste derniere justesse aussi bien, mais comme dit cet Autheur[3], '*those numbers are practically neere enough to the truth, for men doe not die in exact proportions nor in fractions*'. Voijlà donc la methode dont je me suis servij. Je compte premierement les annees que toutes ces 100. personnes ensemble doivent avoir vescu, qui sont en tout 1822. annees, ce que vous verrez prouvé dans la page qui suit.

[Page 516]

Les 36 personnes qui meurent au dessoubs de 6. ans ont vescu l'un portant l'autre 3. ans, qui fait	108 ans.
Les 24. qui meurent entre 6. et 16. ont vescu l'un portant l'autre 11. ans, qui fait	264.
Les 15. qui meurent entre 16. et 26. ont vescu 21. ans, qui fait	315.
les 9. entre 26. et 36. ont vescu 31. ans, qui fait	279.
les 4. entre 46. et 56. ont vescu 51. ans, qui fait	204.
les 3. entre 56. et 66. ont vescu 61. ans, qui fait	183.
les 2. entre 66. et 76. ont vescu 71. ans, qui fait	142.
Et l'un qui meurt entre 76. et 86. a vescu 81. ans	81.
	somma 1822 ans

Ces 1822. ans partagez esgalement entre 100. personnes il vient pour chacun 18. ans et environ 2. mois, qui est l'aage de chaque personne créee ou conceüe, l'une portant l'autre. Car notez en passant que c'est des personnes conceües que l'Anglois parle, et il en peut bien tenir registre aussi bien que de ceux qui sont néz, parce que les fausses couches entrent aussi dans ses observations.

Or pour venir à nostre compte et specifier combien il reste de vie à chaque personne d'un tel ou d'un tel aage, voyla comme je faij.

J'oste premierement les 108. ans (qui est l'aage des 36. enfans qui meurent au dessoubs des 6. ans) de tout ce nombre de 1822. ans; reste 1714. ans, lesquels doivent estre partagez entre les 64. personnes qui restent, ce qui fait pour chacun, c'est à dire pour chaque enfant de 6. ans, 26. ans et environ 10. mois de sorte qu'il leur reste encor à vivre au susdit aage de 6. ans, 20. ans et 10. mois

En suite ostez de ces 1714. ans, l'aage des 24. personnes qui meurent entre 6. et 16. (qui est 264. ans) il restera 1450. Lesquels se doivent partager entre les 40. personnes qui restent, ce qui fait pour chacun d'eux. c'est à dire pour chaque per-

		ans	mois
sonne de 16. ans	36. ans et 3. mois, de sorte qu'il leur reste de vie	20.	3.
Pour ceux de 26.	il viendra 45. ans 4. mois, ou pour leur reste	19.	4.
Pour ceux de 36.	53. ans 6. mois; pour leur reste	17.	6.
Pour ceux de 46.	61. ans. Pour leur reste	15.	-.
Pour ceux de 56.	67. ans et 6. mois. Pour leur reste	12.	8.
Pour ceux de 66.	74. ans 4. mois. Pour leur reste	8.	4.
Pour ceux de 76.	81. ans. Pour leur reste	5.	0.
Pour ceux de 86.	Rien	0.	-.

[3] John Graunt.

Lors que je veux determiner l'aage d'une personne qui est entre 36. et 46. par exemple, comme vous et moij, je regle leur annees futures à proportion de celle qu'ils ont excedé plus ou moins ledit nombre de 36. et ainsi du reste.

[Page 517]

En suite de ce que dessus je ne comprends pas la raison de vostre calcul de 4. contre 3. car à mon advis la partie est environ esgale lors qu'on gage qu'une personne de 6. ou une de 16. vivront environ encor 20. ans. J'attends donc vos raisons comme je vous aij envoijé les miennes.

Par mes dernieres(4) vous aurez appris l'histoire(5) de la brutalité du Comte de Rieux(6). Il estoit cité pour le 28. de ce mois, mais n'estant pas comparu, le Fiscal a obtenu en vertu du defaut, prise de corps sur sa personne. Il est tousiours chez Monsieur l'Ambassadeur(7) et passeroit apparemment son temps assez mal si on le pouvoit attrapper hors de là. Il a fait offrir de nouveau de demander pardon, et mesme à genoux, si on veut, aux dames(8), mais leurs meilleurs amis leur conseillent de laisser faire la Justice par laquelle il sera bannij(9) sans contredit, et à mon advis aussi c'est la meilleure satisfaction qu'elles puissent avoir. nous avons sceu aujourdhuij de France que sa mere qu'on dit estre une fort sage femme, est dans une colere terrible contre luij, et estant sur le point de traitter du Gouvernement de Saint Malo pour luij elle en a rompu le marché tout net sur l'advis de cette vilaine action.

[Page 518]

A leijde il n'ij a point de peste(10), mais c'est une espece de fiebure contagieuse qui ne vaut gueres mieux qui ij regne. Les Eglises sont fermees faute de ministres, et la maison de ville faute de Bourgemestre et Eschevins dont il n'ij en a plus gueres sur pied, nostre bon Amij de Leeuwen qui a este fait aussi Bourgemestre depuis peu(11), a eu sa bonne part de ceste maladie. un de ses enfans en est mort et presque tout le reste auec tous ses domestiqnes ont esté ou sont encor malades. Pour luij il se porte beaucoup mieux qu'il n'a fait et semble hors de danger.

---

(4) Lettre que nous ne possédons pas.

(5) Lundi, le 7 octobre 1669, quelques messieurs et dames de la Haye, dont on trouve les noms dans la note 8, voulurent faire une partie de 'cingelen', c'est-à-dire: pêcher dans les flaques d'eau de la plage de Scheveningen. Le comte du Rieux, informé de ce projet, arrêta leur voiture et fit adresser par son gentilhomme Dessales des injures à ces dames, afin de pouvoir se battre avec leurs cavaliers. Mais les spectateurs les separèrent et les Français se sauvèrent dans l'hôtel de l'ambassade française. Quelques jours après, ils s'évadèrent vers Paris; cependant, le 23 décembre du Rieux revint à la Haye.

(6) Ce comte Jean du Rieux aimait les duels. En février de cette même année, il envoya un cartel au capitaine Adriaan van Gent. Il était assisté par deux nobles français, Dessales et de la Rivière.

(7) Simon Arnaud Marquis de Pomponne (portant d'abord les noms de sieur de Briotte et sieur d'Andilly), second fils de Robert Arnauld d'Andilly et de Catherine le Fern, naquit en 1618 et mourut à Fontainebleau le 26 septembre 1699. Il devint conseiller d'état, intendant général des armées, et enfin ambassadeur en 1665 à Stockholm, en 1668 à la Haye; en 1671 il retourna en Suède. Il épousa, en 1660, Catharina Ladvocat. Il était grand diplomate et connu pour sa probité.

(8) Ces dames étaient *a*) Marineau, épouse de N. Godyn. *b*) Sanneke Pergens, fille de Jacob Pergens. *c*) Leonora Bartelotti, épouse de Jacques Pergens. *d*) Suzanna Ryckaert, épouse de Constantyn Huygens. et les messieurs étaient : *a*) Lodewijk et Constantyn Huygens. *b*) N. Godyn. *c*) Johan Diederik Hoeufft. *d*) Sicco Eeck.

(9) Le 15 décembre du Rieux fut banni des Pays-Bas, mais la séquestration de ses biens fut levée le 30 décembre 1669.

(10) Consultez la Lettre N° 1765, où Chr. Huygens marquait des doutes à cet égard.

(11) Diderik van Leyden van Leeuwen fut élu bourgmestre le 13 octobre 1669, en remplacement de Willem Paets.

le Frere de Moggershill[12] a eu une forte fiebvre tierce aussi : mais est presque guerij, mais la pauvre Mademoiselle Ida[13] est tousiours fort mal de sa fiebure quarte, qui luij a bien diminué sa belle humeur.

Le savoijard[14] n'est pas encor arrivé.

Je vous felicite du bon succes de vos Longitudes mais il nous tarde bien de voir ces belles observations de Monsieur de Beaufort dont vous parlez. Je doute presque si vous ne les aurez pas envoijées à Monsieur van Beuningen dans ceste lettre à grand volume.

Mais pourquoij ne nous l'eussiez vous pas mandés. Le Signor Padre ne manquera pas sans doute de vous mander comme il a comparé vostre sejour en France et le credit que vous ij acquerrez, à celuij de Joseph en Egijpte, et comme il fait estat que luij mesme a la teste de nous tous, vous ij irons trouver encor un de ces jours.

On m'a proposé ces jours passez la Residence à la Cour d'Espagne, à la place de feu Monsieur Rhede[15], quoij que soubs caractere different, et je pense que j'en pourrois venir à bout, mais le mal est que la plus grande partie des profits, qui estoit cette immunité d'Imposts, en est ostee. Je pense que je pourrois avoir de gages quelques 7. ou 8 mille livres, outre l'extraordinaire. Et je ne sçaij à quoij je me resoudrois bien à la fin; sur tout si une autre certaine affaire qui a esté depuis peu en fort bon termes et n'est pas encor entierement desesperee, ne reussit pas. mandez moij un peu vostre aduis sur cette residence, une des plus grandes difficultez que j'ij trouve, c'est l'aage del Signor Padre que selon les apparences je ne devrois plus faire estat de revoir. Adieu.

[Page 519]

N° 1772.
Lodewijk Huygens à Christiaan Huygens. *Appendice au No.* 1771.
30 octobre 1669.

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

Copie de la Table Angloise.

Of 100. there dies within the first six years	36.
The next 10. ijears or decad	24.
The second decad	15.
The third decad	9.
The fourth	6.
The next	4.
The next	3.
The next	2.
The next	1.

From whence it follows, that of the said 100. conceived there remaines alive

At 6. ijears end	64.
At 16. ijears end	40.
At 26.	25.

(12) Philips Doublet.

(13) Ida van Dorp.

(14) Le valet de Sebastian Chieze. Consultez la Lettre N° 1765.

(15) Hendrik baron van Reede, fils du diplomate Johan van Reede et de Jacoba van Reede, naquit en 1628 et mourut célibataire le 19 septembre 1669. Il devint ambassadeur en Espagne en 1656, et visita les Pays-Bas en 1667. Il acheta alors la baronnie de Schonauwen.

At 36.	16.
At 46.	10.
At 56.	6.
At 66.	3.
At 76.	1.
At 80.	0.

[Page 524]

N° 1776. Christiaan Huygens à Lodewijk Huygens. 21 novembre 1669.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.
Elle est la réponse au No. 1771.

A Paris ce 21 Novembre 1669.

Ie viens d'examiner vostre calcul des aages, et de refaire le mien que j'avois perdu(1). Ie voudrois que le vostre fust veritable, puis qu'il nous donne un peu plus de vie, mais il ne sert de rien de nous flatter ; *Scit nos Proserpina canos* (2), et elle ne s'arreste pas au compte que nous faisons. Vous concluez assez pres du vray, que les 100 personnes ont a faire ensemble 1822 ans de vie, mais il ne s'ensuit pas que les 18 ans et 2 mois, qui vienent en divisant ce nombre par 100. soit l'age de chasque personne creée ou conceue, ainsi que vous tenez pour certain. Prenons, par exemple, que les hommes soient encore plus foibles dans leur enfance qu'ils ne sont, et que de 100 il en meure d'ordinaire 90 dans les premieres 6 annees, mais que ceux aussi qui surpassent cet aage soient des Nestors, et Mathusalems, et qu'ils vivent d'ordinaire jusqu'a 152 ans et 2 mois. Vous aurez pour les 100. le mesme nombre de 1822 ans, et cependant qui gageroit, qu'un enfant conceu parviendroit alors a l'age de 6 ans seulement, auroit grand desavantage, puis que de 10 il n'y a qu'un qui y parvient.

Voicy encore une autre instance. Prenez que sur 100 enfans conceus (dans la supposition ordinaire) je gageasse pour chacun d'eux qu'il atteindra l'aage de 16

[Page 525]

ans. Il est certain que puis que de 100 il n'en reste d'ordinaire que 40 de 16 ans, que j'aurois du desavantage et que je ne devois avoir gagè que 40 contre 60, ou 2 contre 3, pour faire la partie egale.

Et partant vous voiez que les 18 ans 2 mois ne sont nullement l'aage d'un chascun qui soit conceu, et je ne le trouve que d' 11 ans environ.

Qui gageroit qu'un enfant de 6 ans vivra jusqu'a 26 peut mettre 25 contre 39, puis que de 64 enfans de 6 ans, il y en a 25 qui parvienent a l'aage de 26 ans, contre 39 qui meurent au dessous.

Et qui gageroit qu'un garçon de 16 ans vivra jusqu'a l'aage de 36, peut mettre 16 contre 24 ou 2 contre 3. de sorte qu'il est un peu plus apparent pour un de 16 ans que pour un de 6 de vivre encore 20 ans.

Ce calcul comme vous voiez est fort seur et fort facile, mais vous demanderez comment je pourray determiner comme vous, combien il reste raisonnablement a vivre a une personne d'un aage proposè. Pour faire cela j'ay supplée la petite table angloise, sans pourtant m'embarasser d'aucun calcul, mais en traçant une ligne

---

(1) Voir la pièce N° 1777.

(2) Voir Martialis Epigrammata III, 43, *vs.* 3, où il dit: *scit te Proserpina canum* [NDLÉ : *i. e.* "Proserpine voit bien tes cheveux blancs" ; ce qui devient "Proserpine voit bien nos cheveux blancs" sous la plume de C. Huygens].

courbe, sur la quelle avec le compas je mesure la vie de celuy qu'on veut, et je vois par exemple qu'a vostre aage de 38 ans, vous pouuez encore faire estat de 19 ans et 4 mois environ. Mais si vous vous amusez a faire appeller souuent des gens pour vous battre, il faut encore en retrancher quelque chose. Ie vous envoieray la ligne de vie une autre fois avec la pratique d'icelle et mesme une table des vies a chasque aage d'année en année, qui ne me coustera guere.

Monsieur le Comte de Warfusè[3] m'a dit, que l'accommodement de celuy de Rieux est fait[4].

A Monsieur
Monsieur L. HUGENS DE ZULICHEM

A
la Haye.

[Page 526]

N° 1777. Christiaan Huygens. *Appendice I au No.* 1776. 21 novembre 1669[1].

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

En examinant le calcul de Mon frere Louis.
21 Novembre 1669.
Par les observations faites a Londres avec beaucoup d'exactitude

De 100 perſonnes concuës il en meurt [a])	
	36 au bout de 6 ans
	24 entre 6 et 16 ans
	15 entre 16 et 26.
	9 entre 26 et 36.
	6 entre 36 et 46.
	4 entre 46 et 56.
	3 entre 56 et 66.
	2 entre 66 et 76.
	1 entre 76 et 86.

donc de 100 perſonnes ceux qui atteignent l'age de		
	6 ans font	64
	16 ans —	40
	26 ans —	25
	36 ans —	16
	46 ans —	10
	56 ans —	6
	66 ans —	3
	76 ans —	1
	86 ans —	0

a)

qui gageroit donc qu'un enfant conçeu vivroit jusqu'a 6 ans peut mettre 64 contre 36, ou 16 contre 9.

(3) Il s'agit de L. van Schagen van Beyeren. Consultez la Lettre N° 1216, note 14.

(4) Consultez la Lettre N° 1771, note 9.

(1) Ces pièces N° 1777 et 1778, qui évidemment sont celles dont Chr. Huygens parle dans la Lettre N° 1776, se trouvent dans ses Adversaria.

a) Ils content de la conception parce que dans les billets les fausses couches sont aussi marquees. [Chr. Huygens].

et qui gageroit qu'un enfant conceu vivra jusqu'a 16 ans ne peut mettre que 40 contre 60, ou 2 contre 3, puisque de 100 il y en aura seulement 40 qui vivront jusqu'a l'age de 16 ans.

Mais qui gageroit qu'un enfant de 6 ans vivra jusqu'a 16 peut mettre 40 contre 24 ou 5 contre 3, parce que de 64 personnes de 6 ans il y en a 40 qui vivent jusqu'a 16 et 24 meurent au dessous.

[Page 527]

De mesme qui gageroit qu'un enfant de 16 ans vivra jusqu'a 26 peut aussi mettre 5 contre 3, puisque de 40 personnes de 16 ans il y en a 25 qui vivent jusqu'a 26 ans, et 15 qui meurent au dessous.

Qui gageroit qu'un enfant de 6 ans vivra jusqu'a sa 26 annee peut mettre 25 contre 39, puis que de 64 enfans de 6 ans il y en a seulement 25 qui parvienent a l'age de 26 ans et les autres 39 meurent au dessous.

Semblablement sur un de 16 ans qui gageroit qu'il vivra jusqu'a sa 36^{e}, peut mettre 16 contre 24 ou 2 contre 3, de sorte qu'il est un peu plus apparent pour un de 16 ans que pour un de 6 de vivre encore 20 ans.

multipliez	36	par	3	fait	108
	24	„	11		264
	15	„	21		315
	9	„	31		279
	6	„	41		246
	4	„	51		204
	3	„	61		183
	2	„	71		142
	1	„	81		81
	1822 per 100				1822

de cent enfans conceus il en meurt 36 devant l'age de 6 ans, lesquels on peut dire avoir vescu, l'un portant l'autre, 3 ans.

des 64 restans de 6 ans il en meurt 24 devant l'age de 16 ans, lesquels ont vescu l'un portant l'autre, 11 ans.

Et ainsi du reste comme il y a dans cette table.

[1822 per 100]
108
1714 per 64
264
1450 per 40
315
1135 per 25
279
856 per 16
246
610 per 10
204
406 per 6.
183
223 per 3.
142
81 per 1.

Donc un enfant conceu a 36 chances pour vivre 3 ans
et 24 chances pour vivre 11 ans
et 15 chances pour vivre 21 ans
etc.

Donc par ma regle des jeux de hazard il faut multiplier chasque nombre des chances par les ans qu'elles donnent, et diviser la somme des produits, qui est icy.

[Page 528]

1822, par la somme de toutes les chances qui sont icy 100. Et le quotient, qui est icy 18 ans et environ $2\frac{1}{2}$ mois, sera ce que vaut la chance de l'enfant conceu.

La methode de mon frere Louis revient a la mesme chose, quoyqu'il y soit parvenu par d'autres voies.

Mais quoyque l'esperance d'un enfant conceu vaille ces 18 ans $2\frac{1}{2}$ mois, ce n'est pas a dire qu'il soit apparent qu'il vivra si longtemps, car il est beaucoup plus apparent qu'il mourra devant ce terme. De sorte que si on vouloit gager qu'il y parviendroit la partie seroit desavantageuse. car on peut seulement gager auec egal avantage qu'il vivra jusqu'a 11 ans environ. Partant il se trompe aussi en disant que quand on gage, qu'un enfant de 6 ans ou de 16 vivra encore 20 ans, la partie est egale. Car on ne peut mettre que 25 contre 39 sur celuy de 6 ans, et 2 contre 3 sur celuy de 16. quoy que l'esperance de l'un et de l'autre vaille les 20 ans, c'est a dire qu'ils se feroient tort en acceptant moins de 20 ans assurez. Son calcul est bon pour les rentes viageres.

Pour scavoir dans quel temps de 40 personnes de 46 ans il en mourra 2. faict 1 an 3 mois.

De 10 il en meurt 4 entre 46 et 56.
Ergo de 40 il en meurt 16 entre 46 et 56 c'est a dire en 10 ans

morts	en ans	morts	
16 —	10 —	2	1 an 3 mois.

Un homme de 56 ans espouse une femme de 16 ans, combien peuvent ils faire estat de vivre ensemble sans que l'un ni l'autre meure. Ou bien si on m'avoit promis 100 francs au bout de chasque an qu'ils vivront ensemble, pour combien seroit il juste qu'on rachetast cette obligation. Item dans combien de temps doivent ils mourir tous deux.

En combien de temps mourront 40 hommes de 46 ans chacun ?

En combien de temps mourront 2 personnes de 16 ans chacun ? Reponse en 29 ans $2\frac{2}{3}$ mois.

			Age ou ils parvienent.
a un enfant conceu	reste de vie	18,22 ou 18 ans 2⅔ mois a peu pres	18,22
a un de 6 ans	"	20,81 ou 20 ans 10 mois	26,81
a un de 16 ans	"	20,25 ou 20 ans 3 mois	36,25
a un de 26 ans	"	19,40 ou 19 ans 5 mois	45,40
a un de 36 ans	"	17,50 ou 17 ans 6 mois	53,50
a un de 46 ans	"	15,00 ou 15 ans 0 mois	61,00
a un de 56 ans	"	11,67 ou 11 ans 8 mois	67,67
a un de 66 ans	"	8,33 ou 8 ans 4 mois	74,33
a un de 76 ans	"	5,00 ou 5 ans 0 mois	81,
a un de 86 ans	"	0,00 ou 0 an 0 mois	86,

[Page 529]

Pour scavoir combien vivra le dernier de 2 personnes de 16 ans, il faut s'imaginer que chacun d'eux tire un biliet hors de 40 (complets) dont il y en a

15 qui donnent 5 ans
9 qui donnent 15 ans
6 qui donnent 25 ans
4 qui donnent 35 ans
3 qui donnent 45 ans
2 qui donnent 55 ans
1 qui donne 65 ans.

Et qu'ils prendront des 2 biliets celuy qui a le plus d'ans pour la vie du dernier.

Supposons que l'on prenne premierement son biliet, et il est certain qu'il a 15 chances pour en avoir un qui donne encore 5 ans de vie. Et 9 chances pour en avoir un de 15 ans de vie, &c. Or s'il en prend un de 5 ans de vie, il faut apres cela que l'autre personne tire aussi son biliet, Et tout ce qui luy echet au dessous de 5 ans, ne peut point nuire, puis que le premier a desia un biliet de 5 ans, de sorte que tout ce qui peut echoir au second de moins que 5 ans, vaut autant que 5 ans, mais ce second a 15 chances dont $7\frac{1}{2}$ sont pour vivre moins que 5 ans, et $7\frac{1}{2}$ pour vivre 6 ou 7 ou 8 ou 9 ou 10 ans, qui vaut autant que $7\frac{1}{2}$ pour vivre 8 ans. Et encore 25 chances qui valent a un homme de 16, 20, 40 ans (car ceux cy doivent estre pris comme cela puis que pas une de ces 25 chances ne donne moins que 5 ans). Donc le premier en tirant son biliet a 15 chances pour avoir – $7\frac{1}{2}$ chances a 5 ans
$7\frac{1}{2}$ chances a 8 ans
25 chances a 29,40 ans.

15	$7\frac{1}{2}$	5	20,3
	$7\frac{1}{2}$	8	
	25	29,40	
9	$19\frac{1}{2}$	15	24,3
	$4\frac{1}{2}$	18	
	16	$37\frac{1}{2}$	
6	27	25	30,2
	3	28	
	10	45	
4	32	35	37,6
	2	38	
	6	51,67	
3	$35\frac{1}{2}$	45	46,1
	$\frac{1}{2}$	48	
	3	58,33	
2	38	55	55,3
	1	58	
	1	65	
1	39	65	65,0
	1	$66\frac{1}{2}$	

Ce premier en tirant a aussi 9 chances pour prendre un biliet de 15 ans, et en ayant pris un de ceux cy, tout ce qui peut eschoir a l'autre de moins que 15 ans vaut autant que 15 ans. Mais ce second a 15 chances qui donnent au dessous de 15 ans, qui sont donc autant que 15 chances a 15 ans. Et il en a 9 dont les $4\frac{1}{2}$ sont au dessous de 15 ans qui sont donc aussi de 15 ans, et les autres $4\frac{1}{2}$ pour 16, 17,

[Page 530]

18, 19 ou 20 ans qui vaut autant que $4\frac{1}{2}$ pour 18 ans. Et encore 16 chances pour vivre $37\frac{1}{2}$ an. Donc le premier en tirant a aussi $19\frac{1}{2}$ chances a 15 ans
$4\frac{1}{2}$ chances a 18 ans
16 chances a $37\frac{1}{2}$ ans.

Et ainsi tousjours comme icy a la marge(2).

Le premier en tirant

(2) Voir à la page précédente.

15 chances a		20,3	304,5
9	″	24,3	218,7
6	″	30,2	181,2
4	″	37,6	150,4
3	″	46,1	138,3
2	″	55,3	110,6
1	″	65,0	65,0
			1168,7

29,22[3] ans que vivra le dernier de 2 personnes de 16 ans chacun. C'est a dire que l'un des 2 parviendra a l'aage de 45 ans $2\frac{2}{3}$ mois.

Pour scavoir dans combien de temps mourra un de 2 personnes chacun de 16 ans, il faut derechef s'imaginer que l'un apres l'autre tire un biliet de 40 (complets) dont il y en a 15 qui donnent 5 ans.
9 qui donnent 15 ans &c.
de mesme que dans la question precedente, mais qu'icy il faut prendre les annees du moindre biliet.

Le premier en tirant son biliet a 15 chances pour vivre 5 ans : 9 chances pour vivre 15 ans &c. Et s'il prend un des 15 biliets de 5 ans ; l'autre en tirant en suite quelque biliet qu'il tire, il ne peut servir de rien pour passer les 5 ans, puis que des 2 biliets on s'arreste au moindre. Mais au contraire il peut encore diminuer de quelque chose; car il faut considerer à son egard les 15 biliets de 5 ans, comme s'il y en avoit $7\frac{1}{2}$ de au dessus de 5, qui ne vaudront que 5 pourtant, et $7\frac{1}{2}$ de 5 ou 4, ou 3 ou 2 ou 1 ans. Or ce second outre ces 15 biliets ou chances il en a encore 25 qui ne peuvent aussi valoir que 5 ans. Donc le premier en tirant a 15 chances pour avoir $7\frac{1}{2}$ chances a 3 ans
et $32\frac{1}{2}$ chances a 5 ans.

Le premier avoit aussi en tirant 9 chances pour avoir un biliet de 15 ans. Et s'il en tire un de ceux cy, l'autre en tirant en suite ne peut rien tirer qui serve a passer ces 15 ans. Mais il les peut diminuer, premierement s'il en tire un des 15 de 5 ans ou un des $4\frac{1}{2}$ qui estant au dessous de 15 valent autant que 13 ans; les autres

[Page 531]

$4\frac{1}{2}$ valant aussi 15 seulement quoy qu'ils soient au dessus. Or ce second outre ces 15 et 9 c'est a dire 24 chances il en a encore 16 qui ne peuvent aussi valoir que 15.

Donc le premier en tirant avoit aussi 9 chances pour avoir 15 chances à 5.
$4\frac{1}{2}$ chances a 13.
$20\frac{1}{2}$ chances a 15[4].

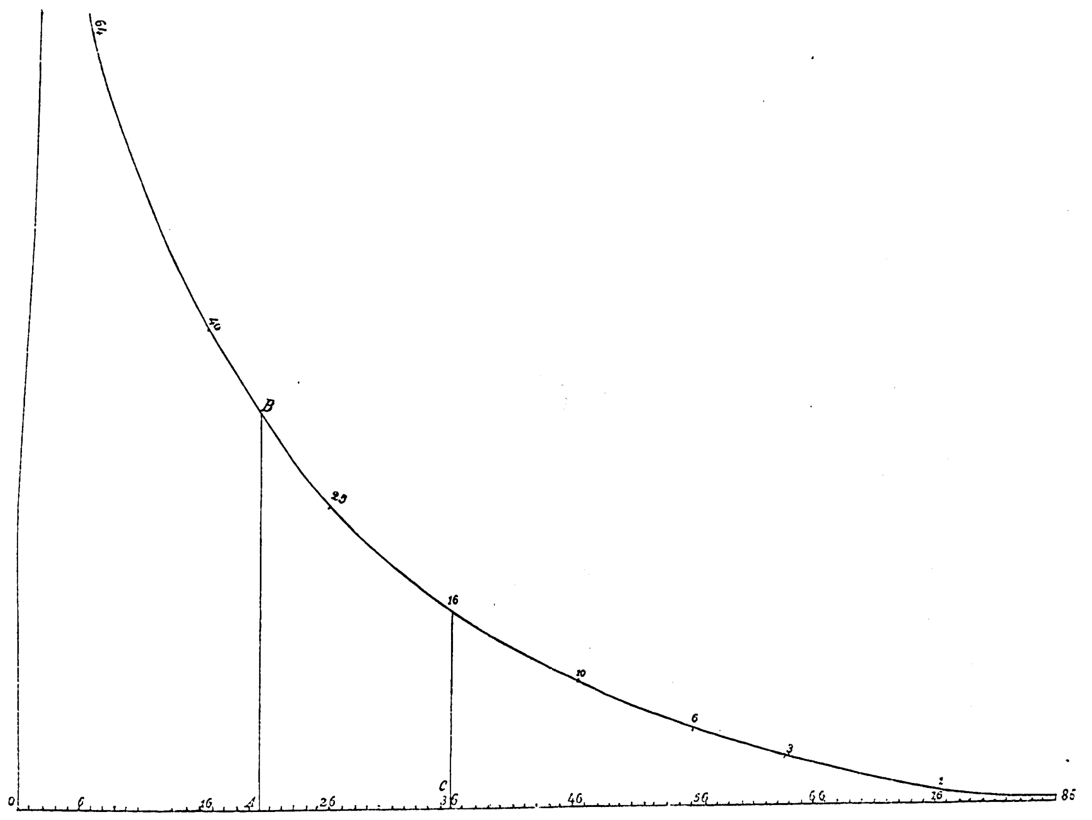
(3) Chiffre, obtenu en divisant la somme précédente par 40, le nombre total des chances.

(4) Chr. Huygens ne semble pas avoir achevé ce calcul.

N° 1778. Christiaan Huygens. *Appendice II au No.* 1776. [21 novembre 1669].

La pièce se trouve à Leiden, coll. Huygens.

[Figure pour la page 531]



Sur la ligne droite d'embas[(1)] sont marquez les aages des personnes et sur les 6 il y a une perpendiculaire de 64 parties parce que de 100 personnes selon la table angloise il en reste 64 a l'age de 6 ans. Sur le 16 il y a une perpendiculaire de 40 parties parce qu'a l'aage de 16 ans il reste 40 personnes des 100 qui estoient conçues, et ainsi du reste. Et par tous les points ou bouts de ces perpendiculaires j'ay menè la ligne courbe 64, 40, 25 &c. Si je veux scavoir maintenant combien il reste de personnes apres les 20 annees de 100 enfans conçus, Je prens sur la ligne d'embas l'aage de 20 ans au point A d'ou ayant erigè une perpendiculaire qui rencontre la courbe en B, je dis que AB, qui pris sur l'eschelle d'enbas fait presque 33 parties, est le nombre des personnes qui de 100 conçus atteignent l'aage de 20 ans. que si je veux scavoir en suite combien il reste raisonnablement a vivre a une personne de 20 ans par exemple, je prens la moitiè de BA et l'ajuste en DC entre la courbe et la droite en sorte qu'elle soit perpendiculaire a la derniere. Et j'ay AC pour les annees qui restent a vivre a la dite personne, qui sont pres de 16 ans, comme il paroit par les divisions dont chacune est une annee. la raison est, que la perpendiculaire DC estant la moitiè de BA que marquoit le nombre d'hommes qui restent des 100, 20 ans apres la conception, a scavoir 33, cette DC tom-

[Page 532]

(1) Consultez la planche vis-à-vis de cette page. [Ici, la figure est insérée en son lieu.]

bant sur 36 de la droite marquera qu'il reste la moitiè de 33 c'est a dire 16$\frac{1}{2}$ hommes apres la 36 annee. Donc puis que des 33 personnes de 20 ans la moitiè meurt d'ordinaire dans les prochains 16 ans, on peut gager avec egal avantage qu'une personne de 20 ans vivra encore 16 ans. On trouvera de mesme que la vie d'un enfant conceu doit estre taxee à 11 ans au lieu que mon frere(2) contoit 18 et 2 mois.

[Page 537]

N° 1781. Christiaan Huygens à [Lodewijk Huygens]. 28 novembre 1669.

La lettre et la copie se trouvent à Leiden, coll. Huygens.

A Paris ce 28 Novembre 1669.

Le calcul que je vous ay envoiè(1) vous aura embarassè sans doute, au quel ayant songè depuis, et aussi au vostre(2), je trouve que nous avons tous deux raison en prenant la chose en different sens. Vous donnez a un enfant conceu 18 ans, et 2$\frac{1}{2}$ mois de vie, et il est vray que son esperance vaut autant que cela. Cependant il n'est pas apparent qu'il vivra si longtemps, car il est beaucoup plus apparent qu'il mourra devant ce terme. de sorte que si on vouloit gager qu'il y parviendroit la partie seroit desavantageuse, car on peut seulement gager avec egal avantage qu'il vivra jusqu'a 11 ans environ, ainsi que je le trouve par ma maniere. de mesme l'esperance d'un enfant de 6 ans ou un garçon de 16 vaut les 20 ans que vous dites, mais vous ne pouviez pas en conclure qu'en gageant qu'il vivroit encore 20 ans, la partie seroit egale. car pour cela l'on ne devroit gager que 25 contre 39 sur celuy de 6 ans, et 2 contre 3 sur celuy de 16 ans. Ou autrement sur un de 16 ans on peut gager 1 contre 1 qu'il vivra encore 15 ans.

Ce sont donc deux choses differentes que l'esperance ou la valeur de l'aage futur d'une personne, et l'aage auquel il y a egale apparence qu'il parviendra

Page 538

ou ne parviendra pas. Le premier est pour regler les rentes a vie, et l'autre pour les gageures. Ie verray si vous avez fait la mesme distinction. Cependant vostre methode est fort belle et subtilement trouuée. Elle revient justement a la mesme chose que je trouue suivant mes regles de hazard imprimées dans les Exercitationes Mathematicae de Schoten(3), en disant qu'un enfant conceu par exemple a 36 chances pour vivre 3 ans, 24 chances pour vivre 11 ans &c. car il faut par la regle, multiplier chasque nombre de chances par ce qu'elles donnent, et diviser la somme des produits par la somme de toutes les chances pour avoir la valeur.

Pour vos capitaines(4) vous vous estes servi de la table Angloise comme je crois. En disant si de 10 personnes il en meurt 4 entre les 46 et 56 ans, donc de 40 il en mourra 16 entre les 46 et 56 ans, c'est a dire en 10 ans de temps. Et si 16 meurent en 10 ans, donc 2 meurent en 1 an 3 mois, par la regle de trois. Toutefois par ce calcul il en

(2) Lodewijk Huygens.

(1) Consultez la Lettre N° 1776.

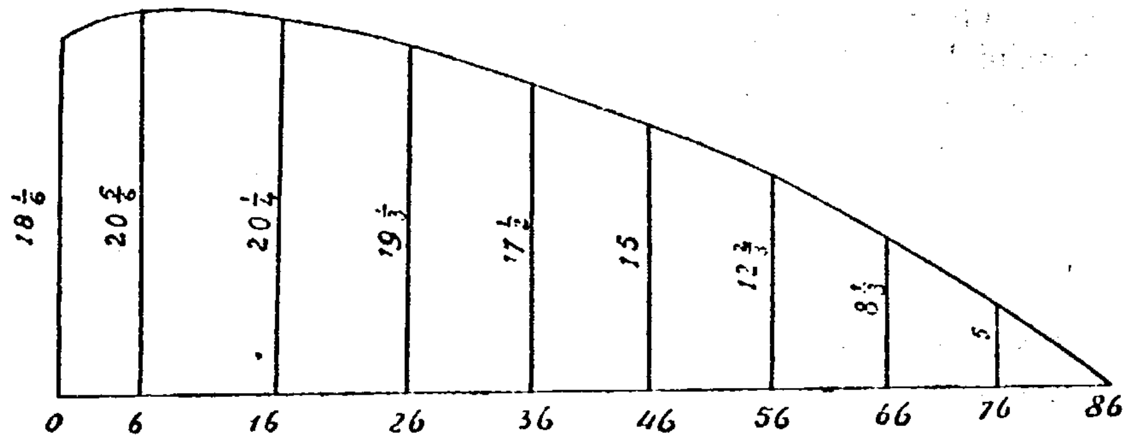
(2) Consultez la Lettre N° 1771.

(3) Dans les Exercitationes Mathematicae de Fr. van Schooten, (voir la Lettre N° 128, note 3) on trouve l'ouvrage : Chr. Hugenius, De ratiociniis in ludo aleae.

(4) Le problème des capitaines semble avoir été posé par Lodewijk Huygens dans une lettre que nous ne possédons pas, écrite après la Lettre N° 1771. Sans doute il s'agit de calculer le temps qui s'écoulera avant que de 40 capitaines, âgés de 50 ans, il en mourra deux.

mourroit 2 de 40 en 15 mois en les supposant de 46 ans chacun[5], et non pas de 50. Et mesme il ne faudroit pas encore tout a fait les 15 mois puis qu'il n'en meurt pas egalement pendant les 10 ans, mais plus dans les premieres années a cause que le nombre des personnes est plus grand alors qu'apres que la mort en a ostè quelques uns.

Voicy une question assez jolie qui me paroit bien plus difficile que celle des Capitaines, et que je n'ay pas encore calculée, mais je vois le moien de le faire. Deux personnes de 16 ans chascun, combien peuvent ils esperer de vivre ensemble sans que l'un ou l'autre meure? Item dans quel temps seront ils morts tous deux? Ce sont en effect 2 questions differentes, et ou il y a penser a chacune[6].



[Page 539]

Les aages des 2 personnes estant posez differents comme l'une de 16 ans et l'autre de 56, cela apporteroit encore quelque changement mais il n'y auroit pas grande difficultè apres qu'on auroit trouvè la solution dans les aages egaux. La ligne courbe[7] dont j'ay parlè dans ma precedente[8] ne sert que pour les gageures, c'est pourquoy il n'est pas necessaire que je vous l'envoie. mais on en peut faire une pour suppleer vostre table des restes de vie de chasqu'aage, ainsi, mais en plus grand volume[9].

Le consul[10] vous a trouuè bien a propos occupè dans ces supputations. Je souhaite que ces admirautez se souuiennent de leur promesse lors qu'il sera question de remplir les places vuides, et voudrois desia veoir nostre Capitaine avec les Pendules en Mer. I'ay mandè a mon Pere la raison pourquoy je n'envoie point copie de la derniere Relation[11], et il faut que vous n'ayez pas veu sa lettre.

Ie me rends facilement a vos considerations et a celles de Monsieur van Leeuwen touchant la Residence, et pour mon particulier j'aimerois incomparablement mieux que vous trouvassiez quelqu'employ ou quelque bonne alliance dans le païs. Mais croiez vous d'ailleurs que ceux qui rerum potiuntur vous consieroient bien cette charge ?

---

(5) Consultez la pièce N° 1777, où le problème des capitaines est traité dans cette forme.
(6) Consultez, sur ces problèmes, la pièce N° 1777.
(7) Voir la planche vis-à-vis de la page 531.
(8) Consultez la Lettre N° 1776.
(9) Voir la figure à la fin de la page 538.
(10) David Suerius. Consultez la Lettre N° 1552, note 3.
(11) Consultez la Lettre N° 1765, note 11.

Je recus vostre lettre[12] chez Madame Caron[13] et luy fis a l'heure mesme et a l'Espouse[14] vos felicitations, et leur tesmoignay que l'on approuuoit l'affaire parmy le parentage. J'avois escrit a Monsieur Schott pour information, qui m'a dit beaucoup de bien du Gentilhomme dans sa response. Il est de la Religion, et l'aisnè de la maison, il doibt à 2 de ses soeurs leur mariage de 10 mille ℔ chascun, mais il a assez de quoy a ce que Monsieur Schott me mande.

Je lus aussi aux Cousines l'avanture admirable du Commissaire Schotte[15], que la mere connoit fort bien. Taschez de vous ressouuenir de l'autre s'il se peut.

Je me souuiendray de vostre livre de Chifres et des vers pour Madame de Beverning[16] et je viens de marquer l'un et l'autre sur mes tablettes.

Comment se porte Mademoiselle Ida[17] ?

Portrait de Christiaan Huygens

*

* *

[12] Nous n'avons pas trouvé cette lettre de Lodewijk Huygens à Chr. Huygens.

[13] Constance Boudaen, veuve Caron.

[14] Madame la Ferté, née Susanne Caron.

[15] Peut-être Jacobus Schott, fils de Simon Schott et de Cornelia van der Hoogezande, né à la Haye en 1619, et mort le 27 février 1670. Il étudia à Leiden en 1629 en jurisprudence, et devint conseiller à la Cour suprème.

[16] Consultez la Lettre Nº 1753.

[17] Ida van Dorp avait été très-malade. Consultez la Lettre Nº 1771.

Leonhard EULER (1707-1783) : *Recherches générales sur la mortalité et la multiplication du genre humain* (1760)

in : *Histoire de l'Académie Royale des Sciences et Belles Lettres* [de Berlin]. *Année MDCCLX* (1760, Tome XVI). Berlin, MDCCLXVII (1767), pp. 144-164.
Extrait : pp. 144-153.

— 144 —

RECHERCHES GENERALES SUR LA MORTALITE ET LA MULTIPLICATION DU GENRE HUMAIN

PAR M. EULER.

1.

Les régistres des naissances & morts à chaque âge, qu'on publie en plusieurs endroits tous les ans, fournissent tant de questions différentes sur la mortalité & la multiplication du genre humain, qu'il seroit trop long de les rapporter toutes. Or les unes dépendent pour la plupart en sorte des autres, qu'en ayant développé une ou deux, toutes les autres se trouvent déterminées. Comme les solutions doivent être tirées des régistres mentionnés, il est à remarquer, que ces régistres différent beaucoup selon la diversité des villes, villages & provinces, où ils ont été dressés : & par la même raison les solutions de toutes ces questions se trouvent fort différentes selon les régistres sur lesquels elles sont fondées. C'est pourquoi je me propose de traiter ici en général la plupart des questions sans me borner aux résultats que les régistres d'un certain endroit fournissent : & ensuite il sera aisé de faire l'application à chaque endroit qu'on voudra.

2. Or j'observe d'abord, que toutes ces questions prises en général dépendent de deux hypotheses ; lesquelles étant bien fixées il est aisé d'en tirer la solution de toutes. Je nommerai la première l'hypothese de la mortalité par laquelle on détermine, combien d'un certain nombre d'hommes, qui sont nés à la fois, seront encore en vie après chaque nombre d'années écoulées. Ici la considération de la multiplication n'entre point du tout en compte, & partant il faut

— 145 —

constituer la seconde hypothese, que je nommerai celle de la multiplication ; & par laquelle je marque de combien le nombre de tous les hommes est augmenté ou diminué pendant le cours d'un an. Cette hypothese dépend donc de la quantité des mariages & de la fécondité, pendant que la première est fondée sur la vitalité ou le pouvoir de vivre, qui est propre aux hommes.

I. HYPOTHESE DE LA MORTALITE.

3. Pour la première hypothese, concevons un nombre quelconque N d'enfans, qui soient nés en même tems ; & je marquerai le nombre de ceux qui sont en vie au bout d'un an par (1) N, de ceux qui y seront au bout de deux ans par (2) N, de trois ans par (3) N, de quatre ans par (4) N, & ainsi de suite. Ce sont des signes généraux que j'emploie pour marquer, comment les nombres d'hommes nés en même tems décroit successivement ; qui auront pour chaque climat & chaque manière de vivre des valeurs particulières. Cependant on peut remarquer que les nombres indiqués par (1), (2), (3), (4), (5), &c. constituent une progression décroissante de fractions, dont la

plus grande (1) est moindre que l'unité ; & quand on continue ces termes au de là de 100, ils décroissent si fort, qu'il s'évanouissent presque entièrement. Car, si de 100 millions d'hommes aucun n'atteint l'âge de 125 ans, il faut que le terme (125) soit moindre que $\frac{1}{100000000}$.

4. Ayant établi pour un certain lieu par un assez grand nombre d'observations les valeurs des fractions (1), (2), (3), (4), &c. on peut résoudre quantité de questions qu'on pose ordinairement sur la probabilité de la vie humaine. D'abord il est évident, si le nombre des enfans nés en même tems est = N, que selon la probabilité il en mourra tous les ans autant que cette table en marque :

— 146 —

depuis		à		il en mourra
0 ans	…	1	. . . .	N — (1) N
1	—	2	. . . .	(1) N — (2) N
2	—	3	. . . .	(2) N — (3) N
3	—	4	. . . .	(3) N — (4) N
4	—	5	. . . .	(4) N — (5) N

&c.

Et comme de ce nombre N il y aura encore probablement en vie (n) N au bout de n ans, il faut que le nombre des morts avant ce terme de n ans soit = N — (n) N. Après cette remarque je donnerai la solution des questions suivantes.

I. QUESTION.

5. *Un certain nombre d'hommes dont tous soient du même âge, étant donné, trouver combien en seront probablement encore en vie après un certain nombre d'années.*

Supposons qu'il y ait M hommes, qui ayent le même âge de m ans, & qu'on demande, combien en vivront probablement après n ans ? Qu'on pose $M = (m)\,N$ pour avoir $N = \frac{M}{(m)}$, où N marque le nombre de tous les enfans nés en même tems, dont il reste en vie M après m ans. Or de ce même nombre seront probablement en vie $(m + n)$ N après $m + n$ ans depuis leur naissance, & partant après n ans depuis le tems proposé. Donc le nombre cherché dans la question est $= \frac{(m+n)}{(m)}M$; ou après n ans il y aura probablement encore autant de vivans de M hommes, qui ont tous à présent m ans.

— 147 —

Donc il est probable que du nombre d'hommes M âgés tous de m ans, il en mourra $1 - \frac{(m+n)}{(m)}$, avant qu'il s'en écoulent n ans.

II. QUESTION.

6. *Trouver la probabilité qu'un homme d'un certain âge soit encore en vie après un certain nombre d'années.*

Que l'homme en question soit âgé de m ans, & qu'on cherche la probabilité que cet homme soit encore en vie au bout de n ans. Concevons M hommes du même âge, &

puisque, après n ans, il y en aura probablement vivans $\frac{(m+n)}{(m)}$M, la probabilité que l'homme proposé se trouve dans ce nombre sera $= \frac{(m+n)}{(m)}$.

Donc la probabilité que cet homme vienne à mourir avant le bout de ces n ans, est $1 - \frac{(m+n)}{(m)}$. Et partant l'espérance, que cet homme peut avoir de ne pas mourir dans l'intervalle des $m + n$ années prochaines, est à la crainte de mourir dans ce même intervalle comme $(m + n)$ à $(m) - (m + n)$. Donc l'espérance surpassera la crainte si $(m + n) > \frac{1}{2}(m)$; & la crainte sera plus fondée si $(m + n) < \frac{1}{2}(m)$. Or la crainte égalera l'espérance si $(m + n) = \frac{1}{2}(m)$.

III. QUESTION.

7. *On demande la probabilité, qu'un homme d'un certain âge mourra dans le cours d'une année donnée.*

Que l'homme en question soit âgé de m ans, mais qu'il meure avant qu'il parvienne à l'âge de $n + 1$ ans. Pour trouver cette probabilité, concevons un grand nombre d'homme M du même âge,

— 148 —

& ayant M = (m) N, & N $= \frac{\text{M}}{(m)}$, il y aura $\frac{(n)}{(m)}$M hommes qui atteignent l'âge de n ans, & $\frac{(n+1)}{(m)}$M, qui atteignent celui de $n + 1$ ans : il en mourra donc probablement dans le cours de cette année $\frac{(n)-(n+1)}{(m)}$M ; & partant la probabilité que l'homme proposé se trouve dans ce nombre sera $\frac{(n)-(n+1)}{(m)}$.

De là il est évident, pour que ce même homme meure entre l'année $n + v$ de son âge, sera $= \frac{(n)-(n+v)}{(m)}$.

Or, pour que cet homme meure un jour marqué de l'année proposée, la probabilité sera $= \frac{(n)-(n+1)}{365\ (m)}$.

Si la question est d'un enfant nouvellement né, on n'a qu'à écrire 1 au lieu de la fraction (m).

IV. QUESTION.

8. *Trouver le terme, auquel un homme d'un âge donné peut espérer de parvenir, de sorte qu'il est également probable qu'il meure avant ce terme qu'après.*

Soit l'âge de l'homme en question de m ans, & celui qu'il peut espérer d'atte[i]ndre de z ans, qu'il s'agit de trouver. Or la probabilité qu'il parvienne à cet âge étant

$= \frac{(z)}{(m)}$, la probabilité qu'il meure avant ce terme sera $= 1 - \frac{(z)}{(m)}$. Donc, puisque l'une et l'autre probabilité doit être la même, nous aurons cette équation $\frac{(z)}{(m)} = 1 - \frac{(z)}{(m)}$, & partant $(z) = \frac{1}{2}(m)$, dont il est aisé de

— 149 —

trouver le nombre z, dès qu'on a déterminé par les observations les valeurs de toutes ces fractions :

$$(1),\quad (2),\quad (3),\quad (4),\quad (5),\quad (6),\quad \&c.$$

car on verra d'abord laquelle (z) sera la moitié de la proposée (m).

Ayant trouvé ce nombre z, on nomme l'intervalle $z - m$ la force de la vie d'un homme de m ans.

V. QUESTION.

9. *Déterminer les rentes viageres, qu'il est juste de payer à des hommes d'un âge quelconque tous les ans, jusqu'à leur mort, pour une somme qu'ils auront avancée d'abord.*

Concevons M hommes, qui ayent tous le mesme âge de m ans, & que chacun paye d'abord la somme a ; ce qui fournira un fond $= \mathrm{M}a$. Soit x la somme que l'on doit payer à chacun tous les ans tant qu'il est en vie, & après un an le fond doit payer $\frac{(m+1)}{(m)}\mathrm{M}x$, après deux ans $\frac{(m+2)}{(m)}\mathrm{M}x$, après trois ans $\frac{(m+3)}{(m)}\mathrm{M}x$, & ainsi de suite. Or, comptant que le fond soit placé à 5 pour cent, une somme S payable après n ans ne vaut à présent que $\left[\frac{20}{21}\right]^n \mathrm{S}$: mais pour rendre notre détermination plus générale, supposons qu'une somme S croisse par les intérêts dans un an à $\lambda\,\mathrm{S}$, & $\frac{1}{\lambda}$ sera ce que nous avons marqué par $\frac{20}{21}$, & une somme S payable au bout de n ans ne vaudra à présent que $\mathrm{S} : \lambda^n$. De là on dressera le calcul suivant :

— 150 —

	on doit payer	ce qui fait à présent
après 1 an	. . $\frac{(m+1)}{(m)}\mathrm{M}x$	. . $\frac{(m+1)}{(m)} \cdot \frac{\mathrm{M}x}{\lambda}$
après 2 ans	. . $\frac{(m+2)}{(m)}\mathrm{M}x$	. . $\frac{(m+2)}{(m)} \cdot \frac{\mathrm{M}x}{\lambda^2}$
après 3 ans	. . $\frac{(m+3)}{(m)}\mathrm{M}x$	. . $\frac{(m+3)}{(m)} \cdot \frac{\mathrm{M}x}{\lambda^3}$

&c.

Or l'équité exige que toutes les sommes réduites au tems présent soient égales au fond entier Ma, d'où l'on tire cette équation :

$$a = \frac{x}{(m)}\left[\frac{(m+1)}{\lambda}+\frac{(m+2)}{\lambda^2}+\frac{(m+3)}{\lambda^3}+\frac{(m+4)}{\lambda^4}+\&c.\right],$$

& partant ce que le fond doit payer par an à chacun des intéressans est

$$x = \frac{(m)a}{\frac{(m+1)}{\lambda}+\frac{(m+2)}{\lambda^2}+\frac{(m+3)}{\lambda^3}+\frac{(m+4)}{\lambda^4}+\&c.}.$$

Sachant donc les valeurs de toutes ces fractions (1), (2), (3), &c. il est aisé de trouver la somme x, qui convient à chaque âge de m ans rapportée à un intérêt donné.

VI. QUESTION.

10. *Quand les interessans sont des enfans nouvellement nés, & que le payement des rentes viageres ne doit commencer, que lorsqu'ils auront atteint un certain âge, déterminer la quantité de ces rentes.*

Supposons qu'on paye la somme a pour chaque enfant nouvellement né, &qu'il ne doive recevoir des rentes, que lorsqu'il aura atteint l'âge de n ans, que depuis ce tems on lui paye tous les ans la

— 151 —

somme x, qu'il faut déterminer. Comptant donc les intérêts comme auparavant, on parviendra à cette équation :

$$a = x\left(\frac{(n)}{\lambda^n}+\frac{(n+1)}{\lambda^{n+1}}+\frac{(n+2)}{\lambda^{n+2}}+\frac{(n+3)}{\lambda^{n+3}}+\&c.\right),$$

qui fournit

$$x = \frac{a}{\frac{(n)}{\lambda^n}+\frac{(n+1)}{\lambda^{n+1}}+\frac{(n+2)}{\lambda^{n+2}}+\frac{(n+3)}{\lambda^{n+3}}+\&c.}.$$

D'où il est évident qu'une telle rente peut devenir fort avantageuse, &qu'un homme, lorsqu'il aura atteint un certain âge, peut jouir de rentes considérables à peu de fraix pendant toute sa vie.

11. Toutes ces questions se résoudront donc facilement dès qu'on connaîtra les valeurs des fractions (1), (2), (3), (4), &c. qui dépendent tant du climat que de la manière de vivre : aussi a-t-on remarqué que ces valeurs sont différentes pour les deux sexes, de sorte qu'on ne saurait rien déterminer en général. Or, pour les conclure des observations, on comprend aisément, qu'il faut en employer un grand nombre, qui s'étend même sur toutes sorte de personnes : & à cet égard on ne sauroit se servir des régistres de rentes viagères, qui commencent par des enfans au dessous d'un an. Car d'abord, on ne peut pas regarder ces enfans comme nouvellement nés, & la plupart est sans doute déjà échappée aux dangers des premiers mois : & ensuite, on ne s'engagera gueres souvent pour des enfans d'une complexion foible, de sorte qu'on doit regarder comme choisis les enfans pour lesquels on prend des rentes viagères. Ainsi les valeurs de nos fractions (1), (2), (3), &c. qu'on conclura des régistres des rentes viageres seront infailliblement trop grandes, surtout à l'égard des premiers ans. Cependant, puisqu'il faut régler les rentes sur de tels régistres plutôt que sur la véritable mortalité, j'ajouterai les valeurs de nos fractions telles qu'on les tire des observations de M. Keerseboom.

— 152 —

(1) = 0,804	(31) = 0,499	(61) = 0,264	(91) = 0,006
(2) = 0,768	(32) = 0,490	(62) = 0,254	(92) = 0,004
(3) = 0,736	(33) = 0,482	(63) = 0,245	(93) = 0,003
(4) = 0,709	(34) = 0,475	(64) = 0,235	(94) = 0,002
(5) = 0, 688	(35) = 0,468	(65) = 0,225	(95) = 0,001
(6) = 0, 676	(36) = 0,461	(66) = 0,215	
(7) = 0,664	(37) = 0,454	(67) = 0,205	
(8) = 0,653	(38) = 0,446	(68) = 0,195	
(9) = 0,646	(39) = 0,439	(69) = 0,185	
(10) = 0,639	(40) = 0,432	(70) = 0,175	
(11) = 0,633	(41) = 0,426	(71) = 0,165	
(12) = 0,627	(42) = 0,420	(72) = 0,155	
(13) = 0,621	(43) = 0,413	(73) = 0,145	
(14) = 0,616	(44) = 0,406	(74) = 0,135	
(15) = 0,611	(45) = 0,400	(75) = 0,125	
(16) = 0,606	(46) = 0,393	(76) = 0,114	
(17) = 0,601	(47) = 0,386	(77) = 0,104	
(18) = 0,596	(48) = 0,378	(78) = 0,093	
(19) = 0,592	(49) = 0,370	(79) = 0,082	
(20) = 0,584	(50) = 0,362	(80) = 0,072	
(21) = 0,577	(51) = 0,354	(81) = 0,063	
(22) = 0,571	(52) = 0,345	(82) = 0,054	
(23) = 0,565	(53) = 0,336	(83) = 0,046	
(24) = 0,559	(54) = 0,327	(84) = 0,039	
(25) = 0,552	(55) = 0,319	(85) = 0,032	
(26) = 0,544	(56) = 0,310	(86) = 0,026	
(27) = 0,535	(57) = 0,301	(87) = 0,020	
(28) = 0,525	(58) = 0,291	(88) = 0,015	
(29) = 0,516	(59) = 0,282	(89) = 0,011	
(20) = 0,507	(60) = 0,273	(90) = 0,008	

Or, puisque cette table est dressée sur des enfans choisis, & qui ont même déjà vécu quelques mois depuis leur naissance ; si l'on veut

— 153 —

l'appliquer à tous les enfans nouvellement nés dans une ville ou une province, il faut diminuer tous ces nombres d'une certaine partie pour tenir compte de la grande mortalité, à laquelle les enfans sont assujettis aussitôt après leur naissance. Mais nous en tirerons cette correction plus seurement des observations qui renferment déjà la multiplication, que je m'en vai considérer.

*

*   *