Les règles de Gunter en navigation

Otto Van Poelje, Journal of the Oughtred Society, Vol. 13, No. 1, Spring 2004, p. 11-22.
Traduction de l'anglais p. 11-18 & 22 par D. Trotoux.

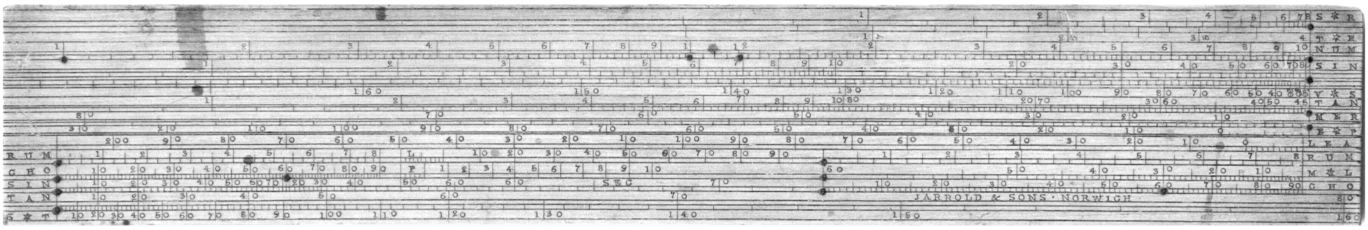


Figure 1
Règle de Gunter d'un pied

Introduction

La règle de Gunter est légendaire et est un objet très recherché par les collectionneurs de règles à calcul. Légendaire, pour sa dénomination en l'honneur de l'inventeur de l'échelle logarithmique (Edmund Gunter) et son utilisation avec des compas à pointes sèches ou compas, mais aussi mystérieuse en raison de ses nombreuses échelles exotiques. Certains collectionneurs de règles à calcul se sont intéressés à la règle de Gunter (voir [9] , [10], [11] et [12]).
Cet article traite plus en détail de la règle de Gunter, avec son contexte, ses échelles et son usage à la navigation en mer. D'autres règles de navigation de cette période seront aussi décrites.

La navigation à l'époque de Gunter

Le début du XVII^{e} siècle a marqué un tournant dans la navigation, de la « simple navigation » sur des cartes marines à grilles rectangulaires, à l'utilisation des cartes de Mercator pour le tracé de la trajectoire à la boussole comme des lignes droites (les « loxodromies »). En mathématiques, le domaine de la trigonométrie plane et celui de la trigonométrie sphérique étaient déjà bien connus. Par les observations astronomiques de la hauteur du soleil ou de l'étoile polaire avec le bâton de Jacob (le précurseur de l'octant et du sextant), la latitude de la position d'un navire pouvait être trouvée. La longitude était un problème beaucoup plus difficile, qui ne fut résolu que plus tard avec des chronomètres précis, de meilleures méthodes de calcul (« droites de hauteur »), et éventuellement par des technologies sans fil comme Decca, LORAN et GPS. Le défi pour les marins de cette époque était d'introduire les nouvelles techniques dans leur les méthodes de navigation. La pratique de la résolution des problèmes de navigation, problèmes liés à la construction de lignes de parcours sur les cartes marines devait être complétée par le calcul nouvellement inventé des méthodes utilisant des logarithmes.

Définition

Quand dit-t-on qu'une règle est une règle de Gunter ? Plusieurs réponses sont possibles, mais les principaux critères semblent être qu'il s'agit d'une règle fixe, sans pièces mobiles, et qu'elle dispose d'une ou plusieurs échelles logarithmiques. L'hypothèse inhérente étant qu'avec ces caractéristiques, il est possible de multiplier ou diviser par une échelle mobile les distances entre les pointes d'un compas à pointes séches. C'est la définition la plus générique d'une régle de Gunter

Il existe désormais un type spécifique de règle de Gunter que les collectionneurs rencontrent très souvent dans leur recherche de nouvelles acquisitions. Dans mes propres contacts avec mes collègues collectionneurs de règles de Gunter, je connais une centaine de spécimens de ce type. On les trouve également dans de nombreuses collections de règles de calcul exposées dans des musées. Ce type spécifique pourrait être décrit par des pages remplies de texte les définissant, mais la définition la plus simple est d'en donner un exemple graphique : la meilleure image de la règle de Gunter la plus souvent rencontrée peut être trouvée sous la forme d'un dessin sur un encart dépliant dans [9], dessiné par Bruce Babcock. C'est ce que nous appellerons la « règle de Gunter standard ». Elle a un nombre d'échelles étonnamment grand : 22 au total, dont une « échelle diagonale », pour déterminer la longueur exacte des lignes au moyen de compas.

La règle de Gunter standard est le plus souvent en bois, mais parfois en laiton ou en argent allemand, et des exemplaires d'un pied de long en ivoire ont été recensés.

La majorité des règles de Gunter connues ne portent pas le nom du fabricant ou la date.

Bien sûr, on rencontre des variations, comme les échelles avec des abréviations de noms différentes, des échelles étendues (comme la variante « Donn » avec des échelles carrées, cubiques et militaires, voir [8]), mais aussi des tailles différentes. La plupart des règles de Gunter mesurent 2 pieds sur 2 ou 1,5 pouces. Il existe des modèles d'un pied, avec les mêmes échelles que la règle de Gunter standard réduites dans cette plus petite taille. Toutefois, la définition de la règle de Gunter standard recouvre une proportion étonnamment importante de toutes les règles de Gunter connues.

Histoire du calcul par logarithmes

Au cours de l'histoire, il y a eu une augmentation constante du besoin en calculs. Par exemple, à la fin du XVI[e] siècle, Kepler avait publié ses lois sur le mouvement des planètes et cette connaissance a entraîné le besoin de nombreux calculs pour déterminer les orbites de nos planètes. Mais l'art de la multiplication et de la division était un travail manuel fastidieux, connu uniquement des "calculateurs" professionnels. Une approche existait déjà à l'époque pour transformer les opérandes x et y d'une multiplication, dans le domaine trigonométrique avec la formule :

$$x \cdot y = \sin(a) \cdot \sin(b) = 1/2(\cos(a-b)\cos(a+b))$$

où $a = \arcsin(x)$ et $b = \arcsin(y)$.

Cela a permis de remplacer la multiplication par des additions et soustractions en combinaison avec les tables de sinus et cosinus (qui étaient disponibles à l'époque) pour les transformations nécessaires.

La recherche de logarithmes avait pour objectif de trouver une transformation plus simple :

$$\log(x \cdot y) = \log(x) + \log(y)$$

Trois hommes de science ont joué un rôle majeur dans l'histoire de la règle de Gunter :

- John Napier (1550-1617), le premier à publier le concept de logarithmes et leurs tableaux correspondants en 1614
- Henri Briggs (1556-1630), calculateur et auteur du premier tableau logarithmique à base décimale en 1617
- Edmund Gunter (1581-1626), inventeur de la méthode des échelles logarithmiques (publiées en 1624)

Ces hommes avaient toutes les caractéristiques des scientifiques de cette époque : ils pouvaient lire, écrire et probablement converser en latin. Ils avaient une gamme très large et universelle de sujets d'intérêt (contrairement au scientifiques spécialisés actuels). Par exemple, Gunter était actif dans les domaines de la théologie, de l'arpentage, de l'astronomie, la navigation, la conception des cadrans solaires, et même la dépendance dans le temps de la variation du champ magnétique terrestre. Il était plus favorable au système décimal que l'Anglais moyen d'aujourd'hui, car il avait divisé sa propre unité d'arpentage, la « chaîne de Gunter » de 22 yards, en 100 « maillons » ; il avait également proposé de diviser chacun des 360 degrés d'un cercle en fractions décimales, au lieu de minutes et secondes sexagésimales.

À cette époque, la vitesse de publication n'était pas notre « vitesse internet » : on pouvait avoir à attendre de très nombreuses années avant qu'une étude ne donne lieu à une publication qui, même à l'époque, était réservée à un public de lecteurs en latin.

John Napier a travaillé pendant près de 20 ans sur son concept et sur les tables de logarithmes avant de publier les résultats dans son célèbre *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* (Description de la liste miraculeuse des logarithmes), voir [1]. Son logarithme, ici appelé *LN*, s'écrirait ainsi dans notre notation moderne

$$LN(x) = -10^7 \ln(\sin(x))$$

Le facteur "dix millions" était lié au fait que les nombres entiers avaient été privilégiés dans les tables (parce que les fractions décimales, bien que déjà connues en principe, n'étaient pas une connaissance commune, et avaient même diverses notations contradictoires).

Le logarithme naturel (« ln ») dans cette formule s'avère être la conséquence de l'approche numérique de Napier pour le calcul des logarithmes. Il a décrit ses logarithmes dans un modèle cinématique, et non en termes de puissance d'un nombre. Un siècle plus tard seulement, le contexte mathématique serait créé pour concevoir « ln (x) » en tant que fonction analytique, avec la constante d'Euler *e* = 2,718... comme base.

Il est remarquable que les tables de Napier n'aient abordé que les logarithmes des sinus, et non les logarithmes des nombres. Napier a vraisemblablement donné la priorité aux calculs trigonométriques comme nécessaire en astronomie et en navigation, avant que sa mauvaise santé ne l'empêche de calculer d'autres tables.

Henri Briggs, professeur de géométrie au Gresham College à Londres pendant de nombreuses années, a été profondément impressionné par la publication de Napier en 1614, et il s'est rendu à Édimbourg à deux reprises pour de longues discussions avec Napier sur la poursuite de ses recherches. Ils ont accepté de se débarrasser du facteur « dix millions » (ce qui donne des tableaux contenant des fractions décimales avec la notation « point » de Napier), et à utiliser la base de 10 pour les futurs tables de logarithmes, que Briggs a considéré de son devoir de calculer.

Peu après la mort de Napier en 1617, Briggs a publié sa première table de logarithmes décimaux [2], de 1 à 1000 (la première « Chiliad », dans sa terminologie classique). Plus tard, les tables ont été étendues par lui-même et d'autres. Pourtant, Briggs n'a publié que les logarithmes de nombres, et non ceux de fonctions trigonométriques comme l'avait fait Napier. Cela signifie qu'une formule comme

$$\frac{X}{\sin(x)} = \frac{Y}{\sin(y)}$$

n'aurait pas pu être calculée directement à l'aide des tables de Napier, ni par les tables de Briggs. Et ce calcul se trouve être l'une des formules les plus importantes de la navigation en mer, la Règle des Sinus.

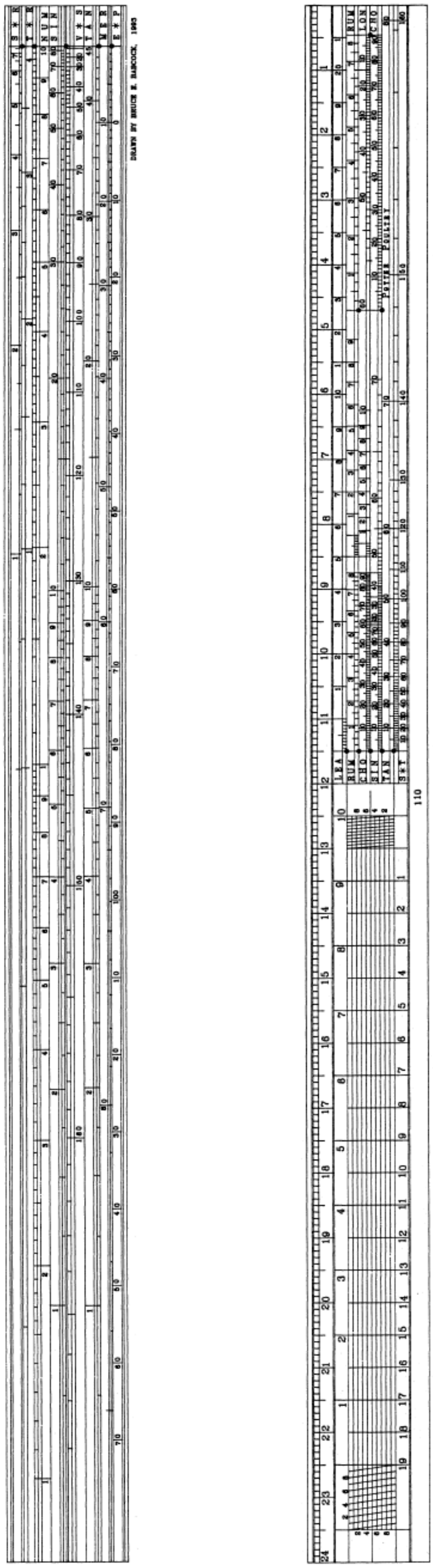


Figure 2
Règle de Gunter standard

Edmund Gunter

Quand le Gresham College eut besoin d'un nouveau professeur d'astronomie en 1619, Briggs recommanda son ami Gunter pour le poste vacant. Les deux avaient dû avoir des interactions étroites sur le sujet des logarithmes. Contrairement à une université tour d'ivoire, le Gresham College organisait des conférences publiques et des débats en langue anglaise, et Gunter avait dû recevoir de nombreux commentaires pratiques de la part des capitaines de navire et d'autres navigateurs dans son auditoire.

Nombre de ses réalisations connues sont liées à la navigation en mer : il a par exemple inventé la ligne de loch pour mesurer la vitesse d'un navire (avec des « nœuds » pour une lecture directe de la vitesse mesurée), et le quadrant de Gunter, un appareil de mesure et de calcul de la hauteur d'un astre, lié à l'astrolabe, plus ancien.

Gunter s'est rendu compte que les calculs de navigation tireraient bénéfice à la fois des logarithmes des nombres et de ceux des fonctions trigonométriques. En 1619, il publia la première table combinée [3], le « *Canon Triangulorum* », contenant ses propres logarithmes décimaux des sinus et des tangentes nouvellement calculés, mais il a également ajouté les logarithmes des nombres de Briggs. Désormais, la Règle des Sinus pouvait enfin être calculée par les logarithmes des tables d'un seul livre.

M	Sin. 30.		Tang. 30.		
30	9.7054689	9.9353204	9.7701485	10.2298515	30
31	9.7056833	9.9352459	9.7704373	10.2295627	29
32	9.7058975	9.9351715	9.7707261	10.2292739	28
33	9.7061116	9.9350969	9.7710147	10.2289853	27
34	9.7063256	9.9350223	9.7713033	10.2286967	26
35	9.7065394	9.9349477	9.7715917	10.2284082	25
36	9.7067531	9.9348730	9.7718801	10.2281199	24
37	9.7069667	9.9347983	9.7721684	10.2278316	23
38	9.7071801	9.9347235	9.7724566	10.2275434	22
39	9.7093933	9.9346486	9.7727447	10.2272553	21
40	9.7076064	9.9345738	9.7730327	10.2269673	20
41	9.7078194	9.9344988	9.7733206	10.2266794	19
42	9.7080323	9.9344238	9.7736084	10.2263916	18
43	9.7082450	9.9343488	9.7738961	10.2261039	17
44	9.7084575	9.9342737	9.7741838	10.2258162	16
45	9.7086699	9.9341986	9.7744713	10.2255287	15
46	9.7088822	9.9341234	9.7747588	10.2252412	14
47	9.7090943	9.9340482	9.7750462	10.2249538	13
48	9.7093063	9.9339729	9.7753334	10.2246666	12
49	9.7095182	9.9338976	9.7756206	10.2243794	11
50	9.7097299	9.9338222	9.7759077	10.2240923	10
51	9.7099415	9.9337467	9.7761947	10.2238053	9
52	9.7101529	9.9336713	9.7764816	10.2235184	8
53	9.7103642	9.9335957	9.7767685	10.2232315	7
54	9.7105753	9.9335201	9.7770552	10.2229448	6
55	9.7107863	9.9334445	9.7773418	10.2226582	5
56	9.7109972	9.9333688	9.7776284	10.2223716	4
57	9.7112080	9.9332931	9.7779149	10.2220851	3
58	9.7114186	9.9332173	9.7782012	10.2217988	2
59	9.7116290	9.9331415	9.7784875	10.2215125	1
60	9.7118393	9.9330656	9.7787737	10.2212263	0
		Sin. 59.		Tang. 59.	M

Iiiii

Figure 3
Page du *Canon triangulorum*

Pourtant, les tables trigonométriques du livre de Gunter nous semblent étranges, car il avait ajouté le terme 10 à chaque entrée afin d'éviter les nombres négatifs, dont l'usage n'était pas usuel à son époque. Par exemple, $log(sin(30)) = - 0{,}30103$, mais dans le tableau de Gunter, il a été converti en 9.69897.

Pour un usage général, cela aurait entraîné une incompatibilité avec les tables de Briggs, mais dans les exemples de calculs de Gunter le terme 10 a toujours disparu par le fait que seuls des rapports de sinus étaient en cause. Cette pratique a survécu dans des tables de logarithmes, même jusqu'au XX[e] siècle.

La ligne de Gunter et les échelles de Gunter

Gunter a poussé les recherches un peu plus loin. Il a estimé que certains problèmes de navigation nécessitaient une solution plus simple et plus rapide que le calcul par tables ne pouvait le faire, par exemple en navigation côtière, dans des situations de « recherche d'abri ».

Comme on peut le voir dans le livre de Gunter [4] sur les différents instruments de navigation (1624), il connaissait bien le « bâton de Jacob » et le « compas de proportion » (appelé dans d'autres langues instruments de « proportion »), et il était conscient de l'utilisation efficace des leurs nombreuses échelles déjà existantes. L'utilisation des compas à pointes sèches pour effectuer des calculs sur un compas de proportion était déjà une pratique connue au XVI[e] siècle (l'invention du compas de proportion est parfois attribuée à Galileo, mais pas de manière irréfutable).

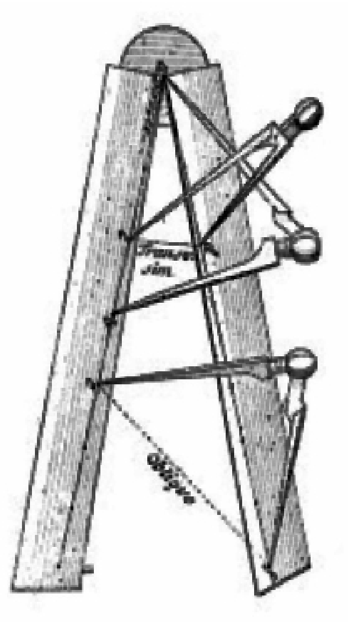


Figure 4
Compas de proportion et compas à pointes sèches

De là, il a dû logiquement concevoir un nouveau type d'échelle, où les nombres étaient représentés par des distances d'échelle logarithmique, et où des compas à pointes sèches étaient utilisés pour ajouter ou soustraire ces distances dans le domaine logarithmique. Il a appelé son échelle la « Ligne de nombres », d'autres personnes ont utilisé le terme « Ligne de Proportion » ou « Ligne de Gunter ». Son échelle ne doit pas être confondue avec la « ligne de démarcation », qui est une échelle linéaire fondamentale sur un compas de proportion.

En fait, Gunter a proposé dans [4] trois types d'échelles logarithmiques, non seulement la ligne des nombres, mais aussi les échelles logarithmiques des sinus et des tangentes, afin que la règle des sinus puisse être calculée entre ces échelles ; il a également laissé entendre que l'ajout d'une échelle des « sinus verses » pourrait faciliter le calcul des côtés d'un triangle sphérique.

Gunter a qualifié d'« artificielle » toute échelle logarithmique, car c'était le terme utilisé à l'origine par Napier, avant qu'il ne le remplace par le terme « logarithmes ».

La puissance du concept de Gunter est prouvée par le fait que sa ligne de nombres à deux cycles et l'échelle correpondante des sinus ont conservé exactement la même structure que l'échelle A/B et l'échelle S des règles à calcul produites industriellement jusqu'au début du XX^e^ siècle.

Ces échelles Gunter ont été proposées et décrites dans le chapitre sur « le bâton de Jacob », car il est apparu qu'il restait de la place pour des échelles supplémentaires sur cet instrument de navigation pour mesurer la hauteur du soleil ou des étoiles. Gunter n'a pas mentionné ses échelles artificielles dans le chapitre sur « le compas de proportion » et nous n'en connaissons pas la raison : peut-être a-t-il trouvé qu'une unique description se suffisait en elle-même, celle du chapitre sur le bâton de Jacob ou a-t-il pu avoir d'autres raisons ? Cependant, aucun des bâtons de Jacob connus mentionnés dans [21] ne possède de lignes ou d'échelles de Gunter gravées du tout.

D'autre part, on connaît une variante « anglaise » du compas de proportion, également appelée compas de proportion de Gunter (bien qu'elle ne soit pas mentionnée dans le chapitre original sur « le compas de proportion » du livre de Gunter), sur laquelle les trois échelles de base de Gunter (marquées T, S, N) sont présentes au bas d'une face, lorsque l'instrument est ouvert.

Cette version a été produite jusqu'à la fin du XIX^e^ siècle, et on la trouve assez souvent dans les brocantes ou les ventes aux enchères, le plus souvent en ivoire.

Les publications de Gunter étaient si populaires qu'elles furent réimprimées de nombreuses fois, même après sa mort en 1626. Dans la réimpression de 1673 [5], de nombreuses annexes avaient été ajoutées, par exemple, un après le chapitre sur « le compas de proportion », par Samuel Foster : « Le compas de proportion modifié ; et d'autres échelles ajoutées : avec leur description et leur utilisation ». Dans ce chapitre (page 161) l'ajout des trois lignes Gunter est mentionné : « Le compas de proportion étant alors ouvert et ainsi transformé en règle droite ; le bord extérieur porte l'inscription des trois échelles habituelles de nombres logarithmiques des nombres, sinus et tangentes ».

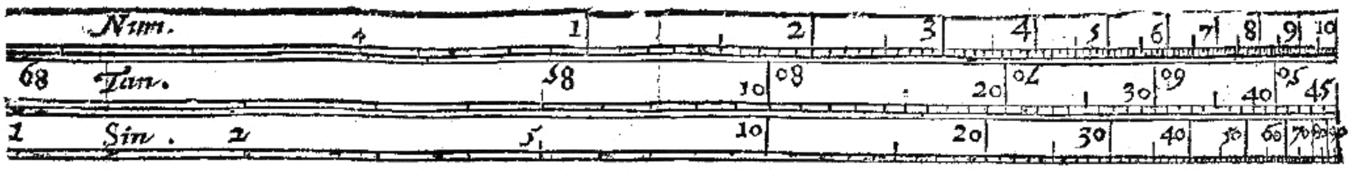


Figure 5
Dessin original des échelles de Gunter

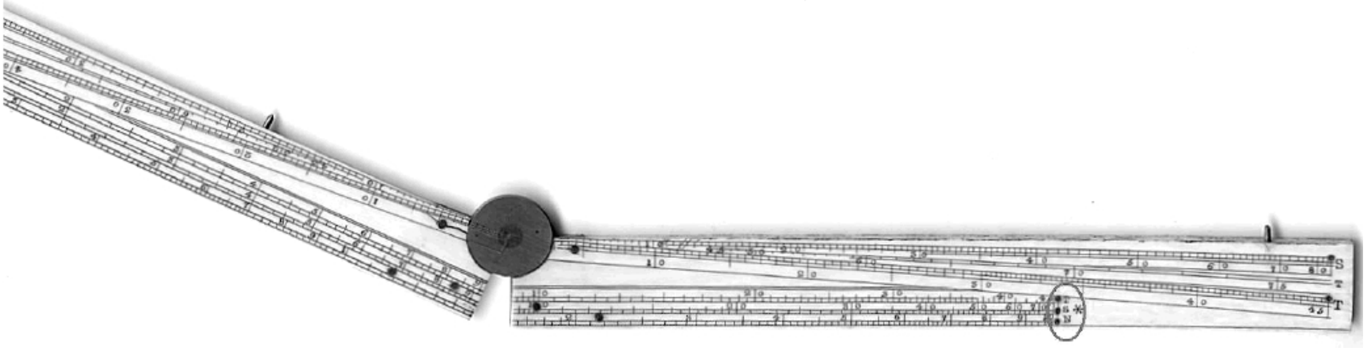


Figure 6
Échelles de Gunter sur un compas de proportion anglais

Cela ressemble beaucoup aux compas de proportion anglais que les collectionneurs trouvent encore de nos jours.

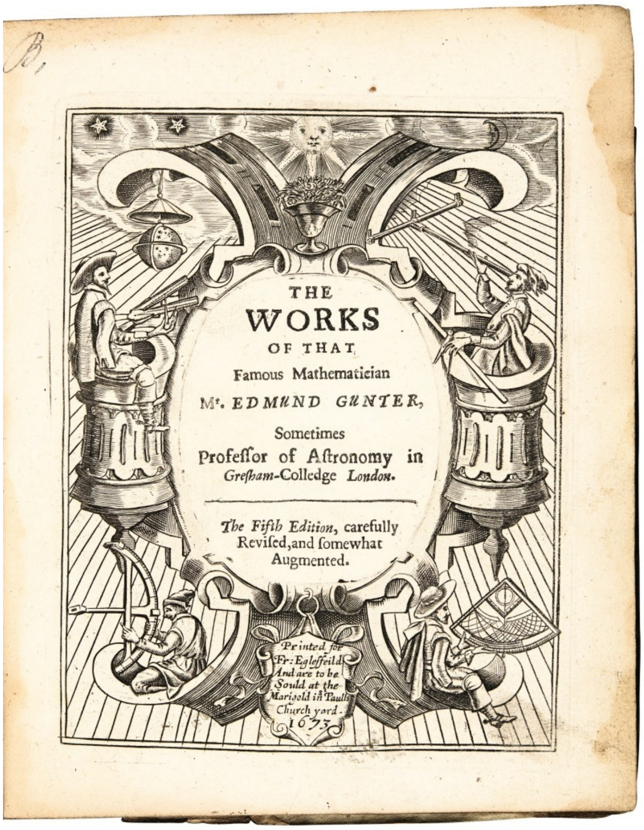


Figure 7
L'édition de 1673 des œuvres de Gunter

Dans cette réimpression complétée, la règle de Gunter standard aurait pu être mentionnée et décrite, si elle avait existé à cette époque, mais ce n'est pas le cas.

Le fait que l'utilisation des trois échelles de base de Gunter sur une règle droite simple ne soit pas mentionné dans l'édition de 1673, pourrait suggérer que la règle de Gunter standard a été introduite seulement plus tard, à la fin du XVII^{e} siècle ou même au XVIII^{e} siècle. Il faut considérer que les changements se sont produits plus lentement à cette époque, et surtout chez les marins qui étaient réputés lents à accepter les innovations « high-tech », comme l'échelle de Gunter a dû leur paraître.

Il est très possible que quelqu'un d'autre que Gunter ait réalisé les possibilités de ces nouvelles échelles sur les faces d'une simple règle de 2 pieds. L'avantage était qu'il y avait suffisamment de place pour de nombreuses échelles sur les deux côtés d'une règle de 2 pouces de large, avec la précision accrue de l'échelle d'une règle de 2 pieds de longueur. L'absence de pièces mobiles était un avantage supplémentaire dans l'environnement difficile d'un navire, et une longue règle est de toute façon utile sur une table à cartes. Cela pourrait signifier que la règle de Gunter porte le nom de Gunter uniquement parce qu'elle possède sa ligne de nombres et que ses échelles artificielles des SIN et TAN y sont incluses, non pas parce qu'il a inventé la règle de A à Z. Dans ce cas, la question qui reste encore en suspens est de savoir, qui a donc conçu la règle de Gunter, en utilisant les échelles du livre de Gunter, et quand ? Toute contribution répondant à cette question serait très utile.

Les échelles sur une règle de Gunter

Lorsque nous examinons la règle standard de Gunter, nous voyons deux faces contenant les informations suivantes :

Au recto : un « tableau diagonal » sur le côté gauche en 19 demi-pouces, et un certain nombre d'échelles « simples » (principalement trigonométriques) sur le côté droit, dont aucune n'est logarithmique.

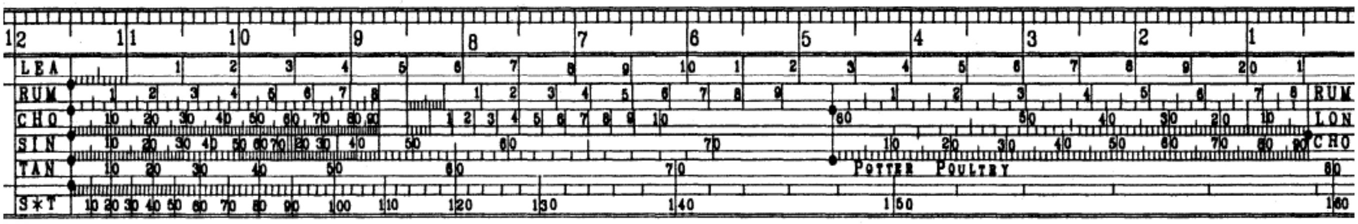
Au verso : un ensemble d'échelles complètes, dont la plupart sont de nature logarithmique (« artificielle »).

Nombre de ces échelles ont été décrites en détail dans Bion [11] en ce qui concerne la construction et l'utilisation. Le tableau suivant donne un résumé du nom et de la signification des principales échelles (la colonne « formule » donne la longueur proportionnelle sur une échelle pour un nombre X sur cette échelle).

Recto (échelles linéaires)

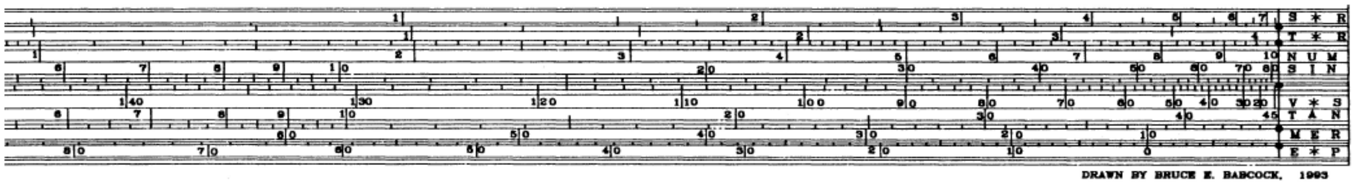
Nom abrégé de l'échelle	Nom complet	Signification
	Échelle diagonale sur la partie gauche	Pour prendre les longueurs exactes avec le compas en centièmes de pouces et demi-pouces.
	Pouces	Échelle de mesure de 24 pouces le long du bord supérieur de la règle.
LEA	Lieues	Échelle linéaire pour construire des tracés de distances nautiques. 1 lieue (anglaise) = 3 milles marins
L et P	Parties Égales, pour lire les fonctions des autres échelles	P pour lire RUM, CHO, SIN, TAN, S*T et MER ; L pour le plus long RUM & CHO à l'extrême droite.

Recto (échelles trigonométriques)



Nom abrégé de l'échelle	Nom complet	Signification	Formule
RUM	Cordes des rumbs (2 échelles)	La corde vaut 2 fois le sinus du demi-angle pour les rumbs de la boussole (32 en 360°)	$2\sin(5,625X)$
CHO	Cordes des degrés (2 échelles)	La corde vaut 2 fois le sinus du demi-angle pour les degrés	$2\sin(X/2)$
SIN	Sinus des degrés	Sinus de l'angle (360°)	$\sin(X)$
SEC	Sécante des degrés	Sécante de l'angle (360°)	$\sec(X)$
TAN	Tangente des degrés	Tangente de l'angle (360°)	$\tan(X)$
S*T	Semi -Tangente	Tangente du demi-angle	$\tan(X/2)$
M*L ou LON	Milles de longitude	Longueur d'un degré de longitude à la latitude X	$60\cos(X)$, à combiner avec l'échelle CHO située dessous

Échelles du verso



Nom abrégé de l'échelle	Nom complet	Signification	Formule
S*R	(Artificiel) Sinus des rumbs	Logsin des 8 premiers points cardinaux de la boussole	$\log(\sin(11,25X))$
T*R	(Artificiel) Tangente des rumbs	Logtan des 4 premiers points cardinaux de la boussole	$\log(\tan(11,25X))$
NUM	(Artificiel) Ligne des nombres	Échelle logarithmique à 2 cycles (comme les échelles A et B de nos règles à calculer modernes)	$\log(X)$
SIN	(Artificiel) Sinus des degrés	Logsin des degrés (360°)	$\log(\sin(X))$
V*S	(Artificiel) Sinus Verse des degrés	Logversin des degrés (360°)	$\log(1-\sin^2(X/2))$
TAN	(Artificiel) Tangente des degrés	Logtan des degrés (360°)	$\log(\tan(X))$
MER	Ligne Méridionale	« Accroissement de la latitude » sur un méridien de la carte de Mercator	$\int \sec(X)dX$, à combiner avec E*P
E*P	Parties Égales	Échelle linéaire	X

Utilisation avec un compas à pointes séches ou un compas ordinaire

Un cycle sur l'échelle NUM de la règle standard de Gunter a une longueur de 11,25 pouces. Pour respecter cette valeur, il faudrait des compas à pointes sèches d'au moins 8 pouces (pour un angle d'ouverture maximale de quelques 90°). Les compas à pointes sèches de cartes marines avaient cette taille et étaient même parfois plus grands.

Quelques observations sur les échelles

La règle de Gunter a des caractéristiques d'échelle différentes de celles d'une règle à calcul normale en raison de son utilisation avec des compas à pointes sèches. La règle à calcul moderne a ses échelles alignées verticalement pour une utilisation avec un curseur et une ligne verticale. Même sur le compas de proportion, les échelles étaient alignées sur le point de rotation. Sur la règle de Gunter, les échelles peuvent être placées n'importe où, du moment que les compas à pointes sèches peuvent y mesurer une longueur. On voit donc parfois jusqu'à trois échelles différentes accolées sur une ligne horizontale. Les longueurs des différentes échelles doivent bien sûr correspondre : par exemple, toutes les échelles logarithmiques au dos peuvent être utilisées les unes contre les autres, pour permettre toute multiplication ou division entre les nombres et les fonctions trigonométriques.

Échelles linéaires, Parties égales

Les échelles linéaires peuvent être reconnues par un partie plus finement divisée, au début de l'échelle réelle : c'est le cas de la table diagonale et des échelles LEA, L, P et E*P. L'échelle « règle » pleine longueur de 24 pouces n'a pas cette fine graduation.

La partie plus finement divisée est utilisée pour prendre des distances plus précises entre les points de séparation. Toutes ces échelles sont divisées en « parties égales », bien que seule l'échelle E*P a ce nom particulier. Ces échelles linéaires sont basées sur une division en pouces ou demi-pouces, à l'exception l'échelle E*P. L'échelle E*P est liée par un facteur de 0,6 à l'échelle P, et a sa partie finement divisée sur l'échelle MER en raison de leur interdépendance.

LEA est une échelle d'un demi-pouce factorisée pour couvrir 200 lieues (600 milles marins) pour être utilisée dans les dessins de distances maritimes. L et P sont des échelles de rayon « unités », utilisées respectivement avec les échelles trigonométriques du côté gauche (P, avec un rayon de 2 pouces), ou avec celles du côté droit (L, avec un rayon de 3 pouces). Voir également ci-après, le paragraphe sur les échelles SIN, SEC, TAN et S*T. Ces échelles ne sont parfois pas étiquetées avec « L » et « P », mais peuvent être reconnues par leur position juste à droite des échelles RUM et CHO, respectivement.

Il est intéressant de noter que toutes les échelles de la régle de Gunter standard, qu'elles soient en pouces ou en degrés, comportent des subdivisions décimales : cela aurait été très apprécié par Edmund Gunter, qui a toujours été un fervent défenseur du système décimal.

L'échelle des cordes – CHO

L'une des échelles les plus populaires était l'échelle des cordes, qui pouvait être utilisée pour mesurer ou construire des angles. La corde « k » d'un angle a (AMB) est la ligne qui relie A et B, les points d'intersection entre les branches de l'angle a et le cercle. La longueur peut être exprimée sous la forme d'une fonction trigonométrique :

$$corde(a) = 2 \times r \times \sin(a/2).$$

Ceci explique l'ancien terme (double) "demi-sinus" pour la fonction corde.

Un angle de 60° a une corde égale au rayon r.

Pour construire un angle donné, on prend d'abord le rayon r avec des compas de l'échelle des cordes à 60° (les valeurs fréquemment utilisées comme celle-ci ont une incrustation en laiton sur l'échelle pour y mettre les pointes des compas et pour protéger la surface de la règle). Ensuite, le cercle de ce rayon est tracé. Enfin, la longueur de la corde de l'angle requis est copiée de l'échelle des cordes vers le cercle dessiné.

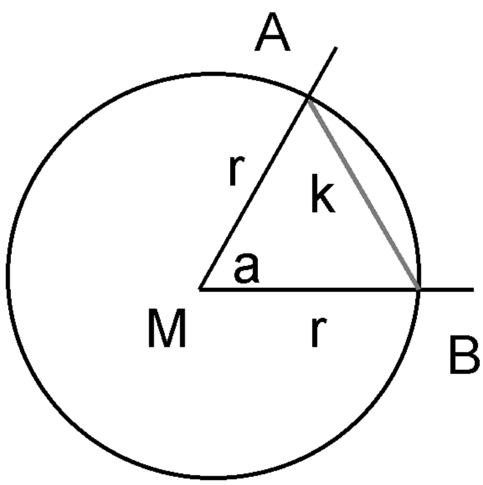


Figure 8
Construction de la corde

L'échelle des rumbs – RUM

À l'époque de Gunter, les marins utilisaient déjà la boussole magnétique avec une échelle angulaire appelée « rose des vents ».

La rose des vents était (et est toujours) divisée en 32 points cardinaux, aussi appelés rumbs. Alors que les points cardinaux principaux de la boussole sont le Nord, l'Est, le Sud et l'Ouest, les points cardinaux intermédiaires ont des noms logiques comme Nord-Ouest, Est-Nord-Est, etc.

Un rhumb équivaut à 360° / 32 = 11,25°.

Certaines fonctions trigonométriques, comme les cordes, et les sinus et tangentes avaient des échelles séparées sur la règle de Gunter standard, une pour les degrés et une pour les rhumbs, prouvant ainsi son caractère maritime. Ces doubles échelles étaient alignées verticalement, avec huit points cardinaux placés de 0° à 90°.

L'échelle appelée RUM est en fait une échelle de cordes, mais pour les points cardinaux au lieu des degrés. La règle de Gunter standard comporte même deux séries d'échelles CHO/RUM, pour des rayons différents (2 et 3 pouces, de 0° au rayon 60°).

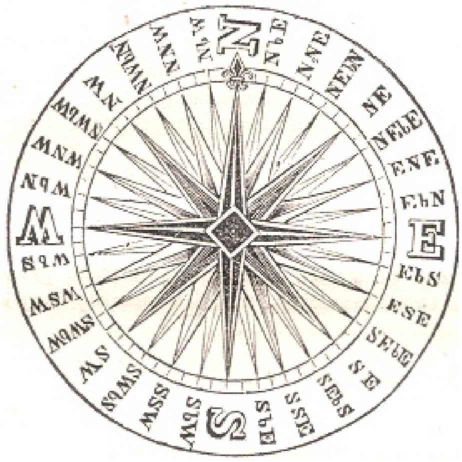


Figure 9
Points cardinaux ou Rumbs

Échelles trigonométriques – SIN, SEC, TAN et S*T

Ces échelles trigonométriques sont non logarithmiques et peuvent être utilisées de plusieurs façons. En premier lieu, elles peuvent être utilisées pour déterminer la valeur de l'échelle trigonométrique, comme une table sinusoïdale visuelle. À cette fin, la distance entre zéro et l'angle requis sur, disons, l'échelle sinusoïdale, est transféré avec le compas à pointes sèches sur l'échelle des unités P, où le sinus de cet angle peut être lu sur les divisions des parties égales. L'autre utilisation pourrait être des calculs trigonométriques en réalisant un dessin sur un tableau ou du papier, qui imite le fonctionnement du compas de proportion par des triangles congruents. L'échelle des sécantes (pas toujours étiquetée comme telle) est une continuation de l'échelle sinusoïdale, comme on peut le voir dans les dessins de l'époque (voir Bion, [6], planche IV, fig. 5). La valeur d'une sécante doit donc être tirée du début de l'échelle sinusoïdale.

La « semi-tangente » $\tan(X/2)$ était utilisé dans les projections stéréographiques, où les angles à partir du centre d'une sphère devaient être remplacés par des demi-angles à partir du point de projection à l'extrémité opposée de la sphère.

Milles de longitude - M * L ou LON

Sur l'équateur de la terre, l'arc d'un degré de longitude couvre 60 milles nautiques. Pour les latitudes plus élevées, ce nombre diminue avec le cosinus de la latitude. Le nombre de milles nautiques dans un degré de longitude d'un parallèle est lu sur l'échelle M * L par rapport à la latitude de ce parallèle sur l'échelle CHO sous-jacente. Le résultat sur l'échelle M * L varie de 60 à l'équateur à 0 au pôle.

Échelles logarithmiques - NUM, SIN, TAN, S * R, T * R, V * S

Dans la figure 5, les échelles NUM, SIN et TAN ont déjà été abordées. Tout comme l'échelle CHO, les échelles artificielles SIN et TAN ont aussi leurs équivalents nautiques, avec des angles exprimés en points cardinaux : les échelles « Sinus des rumbs » (S * R) et « Tangente des rumbs » (T * R). Le nom de l'échelle V * S signifie « sinus verse ». mais elle ne reflète pas notre sinus verse actuel qui est égal à (1 - cosinus). Elle représente en fait, dans la terminologie moderne, le logarithme de (1 - haversine),ou 1 / 2 (1 + cosinus). $1 - hav(\theta) = 1 - \frac{1}{2}(versin(\theta)) = 1 - \frac{1}{2}(1 - \cos(\theta)) = \frac{1}{2}(1 + \cos(\theta))$

La fonction haversine (demi-sinusoïde) a été introduite pour des raisons de calcul dans la formule qui calcule la distance angulaire entre deux points arbitraires sur le globe. Cette formule pourrait être calculée à l'aide des échelles NUM, SIN et V * S de la règle de Gunter.

Association Sciences en Seine et Patrimoine – Didier Trotoux didier.trotoux@unicaen.fr

L’échelle méridionale – MER

À la fin du XVI[e] siècle, la projection cartographique de Mercator a donné aux navigateurs la possibilité de tracer des routes au compas sous forme de lignes droites. Ces cartes étaient appelées « cartes aux latitudes croissantes », car pour chaque degré de latitude supplémentaire, l’échelle verticale de la carte était augmentée proportionnellement à l’échelle horizontale qui conservait les méridiens comme lignes parallèles. L’augmentation de l’échelle verticale à un certain point était proportionnelle à la sécante de sa latitude, et dans une carte de Mercator, la distance verticale d’une latitude donnée par rapport à l’équateur était composée de la somme de tous ces incréments. Avec les méthodes d’analyse actuelles, nous savons que cette fonction peut être dérivée de l’intégrale de la fonction sécante, ce qui donne le « gudermannien inverse ». Mais à l’époque de la règle de Gunter, les tables méridionales avaient été construites successivement par en augmentant les sécantes sur toute la gamme des latitudes.

L’échelle méridionale est utilisée en combinaison avec l’échelle E * P : dans les 10 premiers degrés, les échelles coïncident parce que la « croissance de la latitude » n’est pas encore visible. Pour des valeurs de latitude plus élevées sur l’échelle MER, l’augmentation de la distance à partir de l’équateur peut être lue sur l’échelle E * P.

Dans les calculs, il est parfois nécessaire d’exprimer la « latitude croissante » en milles marins ; puis la latitude requise sur l’échelle MER peut être lue sur l’échelle P (en utilisant le facteur 0,6), de l’autre côté de la règle. Si la distance sur l’échelle MER est supérieure à la valeur unitaire de l’échelle P, il est nécessaire de faire « culbuter » le compas à pointes sèches séparateurs, avec l’unité de l’échelle P entre les pointes, n fois sur la latitude, et ensuite lire à nouveau le reste de la latitude sur l’échelle P. Les « milles de latitudes croissantes » sont alors : 100 × (10 × n + (la dernière lecture de l’échelle P)).

Précision des échelles

En principe, la grande taille de la règle de Gunter permettrait une bonne précision, mais les méthodes de production utilisées ont abouti à une précision bien pire que, par exemple, celle d’une règle à calcul Nestler de bureau de grande taille.

Tout d’abord, les fabricants faisaient des économies sur les divisions de l’échelle : sur l’échelle NUM, quelque 130 marques de division étaient faites, alors qu’une échelle A de règle à calcul moderne de 50 cm peut en avoir trois fois plus. Sur l’échelle SIN, la distance entre deux marques peut être supérieure à 1 cm, ce qui rend l’interpolation visuelle difficile. Deuxièmement, les divisions étaient faites à la main, avant l’introduction du moteur de « division ». Cela a ajouté à l’imprécision : il a été rapporté, voir page 29 dans [12], que les règles de Gunter pouvaient être gravées à la main à une vitesse d’environ une marque par seconde. Cela aurait porté le temps total de gravure d’une règle de Gunter standard, avec plus de 1200 marques au total, à 20 minutes de travail concentré et sujet à l’erreur. Enfin, les dessins à l’échelle étaient copiés et recopiés, parfois avec des erreurs. Par exemple, j’ai dans ma propre collection une règle de Gunter d’un pied où les échelles RUM et CHO diffèrent plus de 5% de longueur ! On peut avoir une idée rapide de la précision d’une règle de Gunter en faisant « culbuter » les pointes d’un compas à pointes sèches le long des marques d’une des échelles linéaires. Par exemple, les divisions des échelles L et P peuvent être si imprécises qu’au début je pensais qu’elles représentaient une fonction, jusqu’à ce que des mesures révélent des écarts aléatoires par rapport à une échelle linéaire. De plus, la longueur totale de l’échelle L particulièrement, peut varier considérablement par rapport aux 3 pouces nominaux pour différentes règles.

D’autre part, le marin n’avait pas toujours besoin de la plus grande précision. Il mesurait son parcours non pas en degrés mais suivant les points cardinaux, et c’était la meilleure précision avec lequel il pouvait faire route dans des conditions de vagues fortes, ou d’une déviation et variation magnétique imprécises.

Parmi les calculs les plus fréquents, on peut citer ceux de « dead reckoning ou navigation à l’estime » (nom étrange, dérivé de « deduced reckoning »), où une nouvelle position était déduite d’une position antérieure dans un « triangle de navigation » composé des vecteurs de vitesse de la route suivie, des effets secondaires du courant et du vent, et la vraie route en résultant. Cette estime était obtenue soit par construction avec des compas sur la carte ou sur papier, ou par calcul avec la règle de Gunter en utilisant les échelles NUM et SIN/TAN (à nouveau cette Règle des Sinus).

Exemple tiré du BOWDITCH

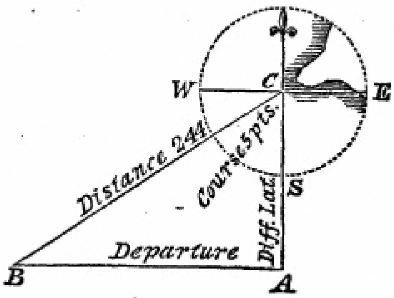
Dans l'édition de 1851 de Bowditch [7], l'exemple le plus simple sera celui de la « navigation normale », c'est-à-dire ne tenant pas encore compte des effets d'une carte de type Mercator. Les trois méthodes possibles de solution du problème sont données : la construction par projection (dessin), le calcul par tables logarithmiques, et la solution par échelles de Gunter.

Course and distance sailed given, to find the difference of latitude and departure from the meridian.

A ship from the latitude of 49° 57′ N., sails S. W. by W. 244 miles; required the latitude she is in, and her departure from the meridian sailed from.

BY PROJECTION.

Draw the line CA, to represent the meridian of the place C, from whence the ship sailed. With the chord of 60° in your compasses, and one foot in C, as a centre, describe the compass W. S. E. Take 5 points in your compasses from the line of rhumbs on the plane scale, and set it off on the arc, from S. towards W., for the course; through this point and C draw the line CB, and make it equal to the distance 244; draw BA parallel to the east and west line EW, to cut the meridian in A. Then will CA be the difference of latitude 135.6, and AB the departure 202.9.



BY LOGARITHMS.

By making the distance radius.

To find the departure.		To find the difference of latitude.	
As radius 8 points............	10.00000	As radius 8 points............	10.00000
Is to the distance 244	2.38739	Is to the distance 244	2.38739
So is the sine course 5 points ..	9.91985	So is the cosine course 5 points.	9.74474
To the departure 202.9........	2.30724	To the difference of lat. 135.6..	2.13213

Now, as the ship is in north latitude sailing southerly,

From the latitude left .... 49° 57′ N.
Take the difference of latitude 135.6.................... 2 16 S.

Gives the latitude in.................................. 47 41 N.

And the departure from the meridian is 202.9 miles.

BY GUNTER.

Extend from radius or 8 points* to 5 points on the line marked SR; that extent will reach from the distance 244, to the departure 202.9, on the line of numbers.

2dly. Extend from radius or 8 points to 3 points, the complement of the course, on the line SR; that extent will reach from the distance 244, to the difference of latitude 135.6, on the line of numbers.

Thus may all the operations be performed in the several cases of Navigation.

Bibliographie

[1] Napier, J., *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*, 1614.
[2] Briggs, H., *Logarithmorum Chilias Prima*, 1617.
[3] Gunter, E., *Canon Triangulorum*, 1620.
[4] Gunter, E., *The Description and Use of the Sector, the Crosse-Staffe and other instruments*, 1624.
[5] Gunter, E., et al, *The Works of that Famous Mathematician M. Edmund Gunter*, 1673.
[6] Bion, M., Stone, E., La construction et le principal Usages des instruments mathématiques, 1709. Télécopie : réimpression de la version de 1759, Mendham, NJ, Astragal Presse, 1995 ; l'édition de 1759 est traduite du français en anglais et largement complétée par E. Stone.
[7] Bowditch, N., *The New American Practical Navigator*, divers éditeurs, de 1802 à la fin du XXe siècle.
[8] Jerrmann, L., *Die Gunterscale*, Hambourg, 1888.
[9] Babcock, B.E., "Some Notes on the History and Use of Gunter's Scale", *Journal of the Oughtred* Society, 3:2, p14-20, 1994.
[10] Jezierski, D. von, "Further Notes on the Operation of the Gunter Rule", *Journal of the Oughtred Society*, 6:2, p7-8, 1997.
[11] Otnes, R., "The Gunter Rule", *Journal of the Oughtred Society*, 8:2, p6, 1999.
[12] Jezierski, D. von, Slide Rules, *A Journey Through Three Centuries*, Mendham, NJ, Astragal Press, 2000, p2-6.